

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/308169661>

# Research based on advertising, technology, reward of the maximum benefits of two echelon supply chain

Article · June 2016

DOI: 10.16339/j.cnki.hdjjsx.2016.02.011

CITATIONS

0

READS

59

3 authors:



Caimin Wei

Shantou University

50 PUBLICATIONS 1,042 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Zhongping Li

Anhui University

14 PUBLICATIONS 65 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Zhun Fan

Shantou University

399 PUBLICATIONS 5,047 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



inventory control [View project](#)



scheduling with learning effect [View project](#)

# 基于广告、技术、奖励的 二级供应链效益最大化研究\*

韦才敏<sup>1,2</sup>, 李忠萍<sup>1,2</sup>, 范 衡<sup>2</sup>

(1. 汕头大学 理学院 广东 汕头 515063;

2. 汕头大学 数字信号与图像处理技术重点实验室, 广东 汕头 515063

**摘 要** 研究了做广告、引进先进技术、奖励员工对供应链效益影响问题. 针对单个制造商与单个零售商组成的二级供应链, 基于弹性需求, 在促销-价格敏感需求、质量-敏感需求与奖励-敏感成本条件下构建模型. 以整个供应链的利润之和最大, 且制造商与零售商利润之差的平方和最小为目标. 首先, 通过 Lagrange 数乘法求解, 判断对应的 Hesse 矩阵. 其次, 确定了广告、技术与奖励员工的最佳投入量, 实现供应链效益最大化, 提高供应链的经济效益. 同时, 也通过收益共享, 实现供应链的协调性, 优化供应链产业结构. 最后运用数值实验来具体说明各因素对供应链最大效益的影响.

**关键词** 物流与供应链管理; 供应链效益; 最优化; 收益共享; 协调性

中图分类号 F274

文献标识码 A

DOI:10.16339/j.cnki.hdjssx.2016.02.011

## Research Based on Advertising, Technology, Reward of the Maximum Benefits of Two Echelon Supply Chain

WEI Cai-min<sup>1,2</sup>, LI Zhong-ping<sup>1,2</sup>, FAN Zhun<sup>2</sup>

(1. College of Science, Shantou University, Shantou, Guangdong 515063, China; 2. Guangdong

Provincial Key Lab of Digital Signals and Image Processing, Shantou University, Shantou, Guangdong 515063, China)

**Abstract** The influence of supply chain efficiency was studied by the advertising, the introduction of advanced technology and the rewarding employees. For two echelon channel with a single manufacturer and a single retailer, based on elastic demand function, in the promotional-price sensitive demand, quality-sensitive demand and reward-sensitive cost condition model was constructed. The objection is the maximum profits sum of the whole supply chain and the minimum profits difference square between the manufacturer and the retailer. Firstly, the maximum efficiency of supply chain can be obtained by Lagrange scalar-multiplication solving and judging the corresponding Hesse matrix. Secondly, it can achieve the maximization of the benefits of supply chain by determining the optimal investment of advertising, techniques, and reward employees, it can improve the economy efficiency of supply chain. At the same time, it can also achieve channel coordination by revenue sharing and optimize the industrial structure of supply chain. Finally, a numerical experiment was given to illustrate the influence of each factors on the maximum benefits of supply chain.

**Key words** logistics and supply chain management; Efficiency of supply chain; Optimization; Revenue sharing; Coordination

\* 收稿日期: 2016-04-12

作者简介: 韦才敏(1977—), 男, 广西马山人, 汕头大学教授, 博士

E-mail: cmwei@stu.edu.cn

## 1 引言

随着社会经济的发展,整个供应链的效益最大化问题是国内外广大科研工作者研究的热点,也是供应链管理者关心的热门话题。在单周期销售季,下游市场的需求量增加与上游制造商所生产的产品成本降低会导致整个供应链的利润增加。如何在日趋激烈的竞争环境中获得更大的市场需求量,是当前企业界最为关注的问题之一。而影响市场需求量的因素也是多种多样的,如价格、广告、质量、员工奖励等。

Ray(2005)发现市场的需求量是随机的,其敏感性于价格与非价格<sup>[1]</sup>。罗春林等(2015)研究了二级供应链中随机需求依赖于价格的企业运作策略,发现零售商与制造商的利润取决于下游市场需求的“价格依赖性”引发的零售商的优势与需求的“随机性”引发的制造商的优势<sup>[2]</sup>。在受零售价格影响的非线性市场需求下,汤春发(2015)研究了需求与生产成本同时扰动时供应链的最优应对策略<sup>[3]</sup>。王迎军(2005)对顾客需求驱动的供应链契约问题进行了研究,其将下游零售商的需求分为确定性需求与随机需求。在确定性需求下,市场的需求受零售价格与服务成本所影响<sup>[4]</sup>。在市场需求是随机的且依赖于价格的弹性需求下,龚玉燕等(2013)建立了供应链的Stackberg博弈和张伯伦利润分配模型,实现了供应链的共赢<sup>[5]</sup>。

广告在供应链营销中有重要的作用,且其费用在制造商与零售商的促销预算中占有很大比重。国内外许多学者都曾研究过广告对供应链的协调与供应链的效益问题,针对一个制造商与一个零售商组成的二级供应链为研究对象,Ahmadi-Javid等(2012)建立了关于合作广告的博弈理论模型,并获得Stackelberg均衡,实现供应链的协调和供应链收益最大化<sup>[6]</sup>。Szmerekovsky等(2009)研究制造商与零售商通常会通过做广告或者降低产品价格来吸引更多客户<sup>[7]</sup>,实现供应链的成员收益最大化,对产品进行推销的主体通常有三种不同的类型:①制造商通过做广告来增加自己的产量进而获得更大的效益;②零售商通过做广告来宣传产品,吸引更多的客户从而增加市场的需求量获得更大的效益;③合作广告来获得更大的效益。

做广告的提高供应链成员与整个供应链效益。广告投入不仅可以增加企业的销售收入,而且可以提高产品市场占有率。聂佳佳等(2006)注意到广告费用大量投入使需求量增加的同时成本也急剧

增加<sup>[8]</sup>。目前,制定合适的广告费用与销售价格成为学术界和企业界广泛关注的问题。Yue等(2006)假设制造商为领导者,零售商为跟随者,在制造商提供价格折扣给客户时,研究广告协调性问题,获得了在国际品牌上、本国广告及对于制造商给客户折扣的津贴最佳投入量<sup>[9]</sup>。当制造商与广告商是伙伴关系时,建立了广告的最佳协调量,使制造商与广告商的效益最大化。周名阳等(2014)研究需求受定价与广告双重因素影响条件下最优定价与广告决策问题<sup>[10]</sup>。

在供应链环境下,胡军等(2013)研究发现供应链内产品质量是成员企业质量行为决策相互融合、协调和合作的结果;基于质量契约,对供应链内产品质量水平应用奖惩机制能够实现成员企业之间产品质量控制;其研究了线性需求下基于质量控制的供应链质量契约模型,分析了供应链的不同协调契约及协调是否能使整个供应链的效益最大化<sup>[11]</sup>。Gurnani等(2008)针对市场的需求量依赖于制造商提供的产品质量和零售商销售努力程度的情况,研究了供应链协调性问题,考虑制造商引进先进技术来提高产品质量,进而增加市场需求量,最终会提高整个供应链效益<sup>[12]</sup>。此外,也有学者对基于激励机制下的供应链质量控制进行研究。鲁其辉等(2010)对供应链中的产品质量进行改进,发现零售商、有质量改进成本优势的制造商、整个供应链都会在质量改进中受益<sup>[13]</sup>。曹束等(2006)考虑产品质量存在失误的情况下,通过最优化方法实现供应链效益最大化<sup>[14]</sup>。

对生产部门的员工进行适当奖励会提高其生产积极性。楼华勇(2010)发现绩效的薪资制度能极大挖掘员工高绩效的潜能,并且提高重复劳作的劳动力工人的生产效率。特别强调这里所指的员工特指生产部门的劳动力员工而非管理部门的员工。由于生产积极性的提高会增加工人的工作效率,最终会降低公司的劳动力成本<sup>[15]</sup>。白晓丹(2014)发现产品成本的降低会提高公司业绩,最终会影响供应链的效益<sup>[16]</sup>。

综上可以发现价格、广告、质量与对生产部门的员工进行适当的奖励会影响整个供应链效益。然而,实际中,商家们同时采取多种方式来增加效益。针对如何确定各因素最佳投入量使整个供应链效益最大化的问题,本文研究了商家同时采取多种方式来增加其利润的问题,通过做广告来增加需求量,引进先进技术来提高产品质量进而增加需求量,并且对员

工进行适当的奖励来降低产品成本的方式来增加供应链的效益性问题,同时也确定了以上三种方式的最佳投入量以及整个供应链的协调性问题.

### 1 符号说明

表 1 符号说明

参数	含义	参数	含义
$c$	奖励之前不受需求波动产品成本	$y_2$	制造商引进先进技术的投入水平
$p$	产品的零售价格	$y_3$	供应商用来奖励员工的花费
$\omega$	制造商向零售商交货的批量价格	$y_4$	零售商分给供应商的利润
$a$	市场的潜在需求	$D$	广告之前的需求量
$b$	客户对价格的敏感强度	$D_1$	广告之后的需求量
$\epsilon$	需求的随机波动	$D_2$	引进先进技术之后的需求量
$\lambda_3$	供应商奖励员工后降低成本的敏感系数	$\bar{D}$	做广告与引进先进技术之后市场的需求量
$\lambda_2$	引进技术敏感系数	$\Pi_r$	零售商的利润
$\lambda_1$	广告敏感系数	$\Pi_m$	供应商的利润
$k_1$	制造商的广告投入成本系数	$\Pi_r^*$	零售商的最优利润
$k_2$	制造商的引进技术投入成本系数	$\Pi_m^*$	供应商的最优利润
$y_1$	制造商的广告投入水平		

### 2 供应链效益

供应链效益内涵包括效益主题关系、效益产生过程及效益本身等.效益主题关系主要指制造商、零售商与客户关系,是供应商效益产生的前提;孙志峰(2011)称效益产生过程是合理利用现有资源,为满足市场需求向社会提供产品或服务<sup>[17]</sup>.供应链效

益主要类型分为经济效益、规模效益、品种效益、成本效益和质量效益,最终供应链效益源于社会需求,而需求的根本因素是数量、知名度、价格、质量等.因此,供应链的效益类型可分为:①提高产品的知名度增加市场需求量,不断增加收入;②提高产品质量增加市场需求量,进而增加收入;③奖励员工来提高生产效率,降低成本,不断增加收入.过程如图 1 所示.

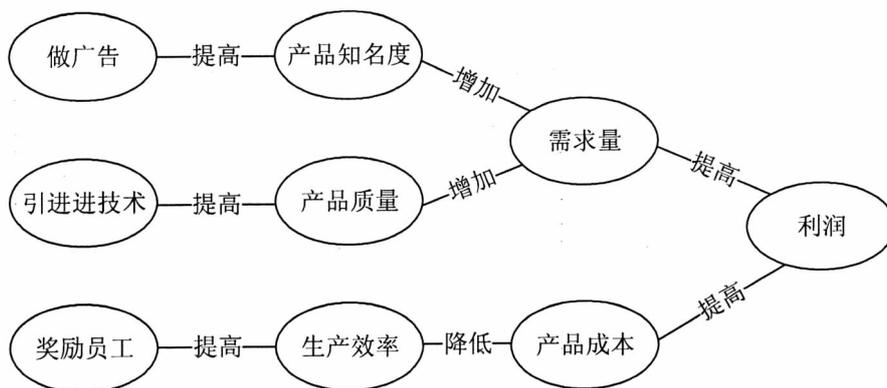


图 1 利润影响因素分析图

以单制造商和单零售商组成的二级供应链为研究对象,信息完全共享,成员完全理性,供应链的效益最大化问题.假设供应商以批量价格  $\omega$  交货给零售商的产品全部被零售商以价格  $p$  销售出去,由于供应链利润由制造商利润和零售商利润组成,而制造商与零售商是供应链的其中两个组成部分,它们都是理性而自私的.因此,以整个供应链的利润最

大,即制造商与零售商的利润之和最大,且两者的利润之差的平方和最小为目标,并将其作为供应链的效益,即

$$\max E[\Pi_r] + E[\Pi_m] - \lambda (E(\Pi_r - \Pi_m))^2.$$

如图 1 所示,考虑制造商和零售商利润的影响因素.由于影响制造商利润因素有产品成本,向零售商交货的批量价格,以及市场需求量.而影响零售商

利润的因素有产品零售价格, 供应商交货的批量价格, 以及市场需求量. 根据上图分析可知, 若想使整个供应链的效益最大化, 则必须提高产品知名度、产品质量及生产效率, 进而增加需求率. 因此, 从广告与需求量、生产技术与需求量及奖励员工与成本的关系出发来探讨供应链效益最大化问题.

2.1 广告与需求量

宋晓兵与董大海(2006)认为“企业为推广产品、树立品牌、应对竞争投入大量资金用于设计, 发布广告”<sup>[18]</sup>. Kotler(2001)认为广告效果可以划分为沟通效果和销售效果, 其中销售效果主要衡量广告带来产品销售额的变化情况, 即会带来需求量的变化<sup>[19]</sup>. 如图 2 所示.



图 2 广告-需求量关系

如文献[1]及图 2 所示, 适当的广告投入会增加产品的市场的需求量, 由市场实际分析可知, 需求量与广告费的关系图大致如图 3 所示.

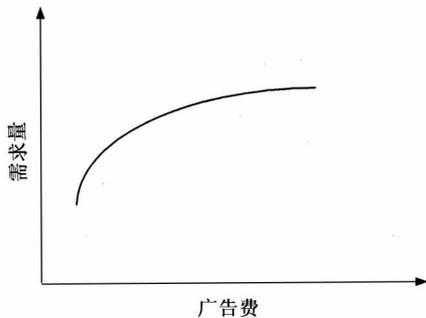


图 3 需求量-广告费关系

需求函数一般有两种, Yue 等(2006)将其表述为线性需求与弹性需求<sup>[9]</sup>. 由于线性需求比弹性需求简单, 许多研究人员针对市场需求量是零售价格的线性函数的情况进行了研究(聂佳佳等(2006)<sup>[8]</sup>, Yue 等(2006)<sup>[9]</sup>, 周名阳等(2014)<sup>[10]</sup>, 胡军等(2013)<sup>[11]</sup>). 为了验证线性需求下的结论是否能够延伸到非线性需求下, Granot 等(2007)认为对不同需求模型进行研究是有必要的, 弹性需求在运筹管理与经济文献中是常见<sup>[20]</sup>. 本文假设市场的需求量为弹性需求

$$D = ap^{-b} + \epsilon,$$

做广告后, 市场的需求量由  $D \rightarrow D_1$ , 则

$$D_1 = ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \epsilon. \tag{1}$$

由于做广告需要成本的投入, 设广告成本的投

入函数为  $f_1(y_1)$ , 则  $f_1(y_1)$  是关于  $y_1$  的凸函数<sup>[1]</sup>.

假定制造商的广告投入成本函数为

$$f_1(y_1) = k_1 (y_1)^2, \tag{2}$$

其中,  $\epsilon$  表示需求的随机波动, 且与价格无关, 设其是  $[A, B]$  上均值为 0, 方差为  $\delta^2$  的随机变量, 其概率密度函数与分布函数分别为  $f(x)$  与  $F(x)$ ,  $\lambda_1$  表示广告敏感系数, 它度量了制造商做广告后所带来市场需求量的变化,  $\lambda_1$  越大, 说明制造商投入较小的广告量会带来较大市场需求量的增加. Tsay 等(2000)最早曾使用过这种成本投入函数<sup>[22]</sup>.

2.2 先进技术与需求量

Tracey 等认为企业采用了先进制造技术, 就会促进的团队组织力量, 从而在产品设计与生产过程中会缩短时间、削减成本, 从而产品的质量会得到提高<sup>[24]</sup>. Gurnani 等(2008)认为质量影响市场需求<sup>[12]</sup>. Zhu(2007)研究了供应链的成员企业质量控制问题, 产品质量的提高会增加市场的需求量<sup>[21]</sup>, 如图 4 所示.



图 4 先进技术-需求量关系

实际分析可知, 质量是随着成本的投入而提高且幅度逐渐减小, 当成本增加到一定的量后, 产品的质量趋于稳定状态, 继续增加成本对质量影响不大. 引进先进技术后, 单位时间市场的需求量由  $D \rightarrow D_2$ , 得到

$$D_2 = ap^{-b} + \lambda_2 y_2 + \epsilon, \tag{3}$$

与(2)类似, 引进先进技术的投入成本  $f_2(y_2)$  是关于  $y_2$  的凸函数.

假定制造商引进技术投入成本函数为

$$f_2(y_2) = k_2 (y_2)^2, \tag{4}$$

其中,  $\lambda_2$  表示引进技术敏感系数, 它度量了制造商引进先进技术后所带来市场需求量的变化.  $\lambda_2$  越大, 说明制造商以较小的引进技术投入即可带来较大市场需求量.

做广告与引进先进技术之后单位时间市场的需求量为

$$\begin{aligned} \tilde{D} &= (D_1 - D) + (D_2 - D) + D = D_1 + D_2 - D \\ &= ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \epsilon. \end{aligned} \tag{5}$$

2.3 奖励与成本

对生产部门重复劳作的劳动力员工进行适当奖励会提高其生产积极性. 楼华勇(2009)曾发现绩效的薪资制度能极大挖掘员工高绩效的潜能, 并且提

高重复劳作的劳动力工人的生产效率. 特别强调这里所指的员工特指生产部门的劳动力员工而非管理部门的员工<sup>[15]</sup>. 白晓丹(2014)发现生产积极性的提高会增加工人的工作效率, 最终会降低公司劳动力成本, 而产品成本降低会提高公司业绩, 最终会影响供应链效益<sup>[16]</sup>, 如图 5 所示.



图 5 奖励-生产效率-成本关系

由图 5 及分析知, 对劳动力员工进行奖励后, 产品的成本会由  $c(\epsilon) \rightarrow c_1(\epsilon)$ . 根据市场实际分析可知, 成本是随着奖金的投入而降低, 不妨设  $c_1(\epsilon) = c(\epsilon) - \lambda_3 y_3$ , 这里

$$c(\epsilon) = \begin{cases} c - \alpha \epsilon, & \epsilon \in [A, 0) \\ c + \beta \epsilon, & \epsilon \in [0, B] \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $c$  表示奖励之前不受需求波动的单位产品成本,  $c(\epsilon)$  表示奖励之前受需求波动单位产品的成本,  $\alpha, \beta$  表示需求波动对价格的影响程度,  $\lambda_3$  表示供应商奖励员工后降低成本的敏感系数.

## 2.4 利润与效益

### 2.4.1 零售商利润

零售商利润由销售收入与产品批量成本、分给供应商成本的差构成.

由(5)可得到零售商利润为

$$\begin{aligned} \Pi_r &= \tilde{D}(p - \omega) - y_4 \\ &= (p - \omega)(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \epsilon) - y_4. \end{aligned} \quad (7)$$

### 2.4.2 供应商利润

供应商利润由销售收入与产品成本、做广告成本、引进先进技术成本、奖励员工成本之差与零售商分给收入构成.

由(3)、(4)和(5)可得到供应商利润为

$$\begin{aligned} \Pi_m &= \tilde{D}(\omega - c_1(\epsilon)) - f_1(y_1) - f_2(y_2) - y_3 + y_4 \\ &= (\omega - c(\epsilon) + \lambda_3 y_3)(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \epsilon) \\ &\quad - k_1(y_1)^2 - k_2(y_2)^2 - y_3 + y_4 \\ &= (\omega - c + \alpha \epsilon + \lambda_3 y_3)(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \epsilon) \\ &\quad - k_1(y_1)^2 - k_2(y_2)^2 - y_3 + y_4 (\epsilon \in [A, 0]) \\ &= (\omega - c - \beta \epsilon + \lambda_3 y_3)(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \epsilon) \\ &\quad - k_1(y_1)^2 - k_2(y_2)^2 - y_3 + y_4 (\epsilon \in [0, B]). \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.4.3 供应链效益

供应链成员制造商与零售商都是理性而自私的, 每个成员都具有独立利益的主体, 在合作的同时也存在竞争. 郎艳怀(2012)研究表明如何使供应链

成员维持一个良好的合作关系, 提高供应链整体绩效成为供应链管理的重要课题<sup>[23]</sup>.

在二级供应链下, 他们都希望自己效益更大化, 然而制造商与零售商收益差距越小他们才会感觉到越公平, 当他们感觉到公平的时候就会对利润分配感到更满意. 但是只有整个供应链利润更大才会有供应链成员利润更大的可能. 根据以上所述, 总结为以下两点:

- 1)  $\min |E(\Pi_r) - E(\Pi_m)|$ ;
- 2)  $\max E(\Pi_r) + E(\Pi_m)$ ;

由于  $\min |E(\Pi_r) - E(\Pi_m)|$  等价于  $\min (E(\Pi_r) - E(\Pi_m))^2$ , 对于整个供应链及各个成员而言, 希望整个供应链利润最大化, 且零售商利润与制造商利润之差的平方最小化, 即

$$\max E[\Pi_r] + E[\Pi_m] - \lambda (E(\Pi_r - \Pi_m))^2. \quad (9)$$

可称为供应链效益, 其中, 参数  $\lambda$  表示制造商与零售商对它们之间利润之差的厌恶程度,  $\lambda$  越大表明他们对公平的关切程度越低, 反之说明他们对公平关切程度越高. 这里

$$\begin{aligned} E[\Pi_r] + E[\Pi_m] &= (p - c + \lambda_3 y_3 + \Theta_1)(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2) - k_1(y_1)^2 - k_2(y_2)^2 - y_3 - \beta^2 + \Theta_2. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E[\Pi_r] - E[\Pi_m] &= (p - 2\omega + c - \lambda_3 y_3 - \Theta_1)(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2) + k_1(y_1)^2 + k_2(y_2)^2 + y_3 - 2y_4 + \beta^2 - \Theta_2. \end{aligned} \quad (11)$$

在(10)和(11)中,  $\Theta_1$  和  $\Theta_2$  表达式分别为  $\Theta_1 = (\alpha + \beta) \int_A^0 x dF(x)$ ,  $\Theta_2 = (\alpha + \beta) \int_A^0 x^2 dF(x)$ .

把(10)和(11)代入(9)可得到供应链具体目标函数.

**定理 1** 方程  $E[\Pi_r] - E[\Pi_m] = 0$  是供应链效益最大化的一个必要条件.

**证明** 对目标函数(9)关于  $y_4$  求偏导, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial (E[\Pi_r] + E[\Pi_m] - \lambda E(\Pi_r - \Pi_m)^2)}{\partial y_4} &= 4\lambda (E[\Pi_r] - E[\Pi_m]). \end{aligned} \quad (12)$$

令式(12)等于零, 由于  $\lambda > 0$ , 得证.

证毕.

若令

$$A = \begin{bmatrix} 2k_1 & 0 & \lambda_1 \lambda_3 \\ 0 & -2k_2 & \lambda_2 \lambda_3 \\ \lambda_1 \lambda_3 & \lambda_2 \lambda_3 & 0 \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} \lambda(-p + c - \Theta_1) \\ \lambda(-p + c - \Theta_1) \\ \lambda(1 - \lambda_3 ap^{-b}) \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}.$$

则得下面定理.

**定理 2** 方程  $Ay = b$  是供应链效益最大化的另一个必要条件.

**证明** 分别对目标函数(11)关于  $y_1, y_2, y_3$  求偏导,可得

$$\begin{cases} \frac{\partial(E[\Pi_r] + E[\Pi_m] - \lambda E(\Pi_r - \Pi_m)^2)}{\partial y_1} = \lambda_1(p - c + \lambda_3 y_3 + \Theta_1) - 2k_1 y_1, \\ \frac{\partial(E[\Pi_r] + E[\Pi_m] - \lambda E(\Pi_r - \Pi_m)^2)}{\partial y_2} = \lambda_2(p - c + \lambda_3 y_3 + \Theta_1) - 2k_2 y_2 - 2\lambda(E[\Pi_r] - E[\Pi_m]) \\ \quad \times [\lambda_2(p - 2\omega + c - \lambda_3 y_3 - \Theta_1) + 2k_2 y_2], \\ \frac{\partial(E[\Pi_r] + E[\Pi_m] - \lambda E(\Pi_r - \Pi_m)^2)}{\partial y_3} = \lambda_3(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2) - 1 - 2\lambda(E[\Pi_r] - E[\Pi_m]) \\ \quad \times [-\lambda_3(ap^{-b} + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2) + 1]. \end{cases}$$

令上式方程组的右边各项等于零,并利用定理 1 可得定理 2 结论. 证毕.

**定理 3** 方程  $Ay = b$  解的存在且唯一.

**证明** 由  $\det(A) = 2\lambda_3^2(k_1\lambda_2^2 + k_2\lambda_1^2) > 0$ . 则  $Ay = b$  有唯一解  $y = A^{-1}b$ , 即

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1 k_2 (1 - \lambda_3 a p^{-b})}{\lambda_3 (k_1 \lambda_2^2 + k_2 \lambda_1^2)} \\ \frac{\lambda_2 k_1 (1 - \lambda_3 a p^{-b})}{\lambda_3 (k_1 \lambda_2^2 + k_2 \lambda_1^2)} \\ \frac{2k_1 k_2 (1 - \lambda_3 a p^{-b})}{\lambda_3^2 (k_1 \lambda_2^2 + k_2 \lambda_1^2)} + \frac{c - p - \Theta_1}{\lambda_3} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

代入式(11),并由式(12)可得

$$\begin{aligned} y_4 = & \frac{k_1 y_1}{\lambda_1 \lambda_3} + \frac{k_1 y_1^2 + k_2 y_2^2 + y_3 + \beta^2 - \Theta_2}{2} = \left(\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2}\right) \left(\frac{k_1 k_2 (1 - \lambda_3 a p^{-b})}{\lambda_3 (k_1 \lambda_2^2 + k_2 \lambda_1^2)}\right)^2 \\ & + \frac{2k_1 k_2 (1 - \lambda_3 a p^{-b})}{\lambda_3 (k_1 \lambda_2^2 + k_2 \lambda_1^2)} + \frac{c - p - \Theta_2}{2\lambda_3} + \frac{\beta^2 - \Theta_2}{2}. \end{aligned} \quad (14)$$

证毕.

**定理 4** 式(13)与(14)是供应链效益最大化的极大值点同时也是最大值点.

**证明** 目标函数(9)所对应的 Hessian 矩阵为

$$B = \begin{bmatrix} -2k_1 - 8\lambda_1^2(p - \omega)^2 & -8\lambda_1\lambda_2(p - \omega)^2 & \lambda_1\lambda_3 & 8\lambda_1(p - \omega) \\ -8\lambda_1\lambda_2(p - \omega)^2 & -2k_2 - 8\lambda_2^2(p - \omega)^2 & \lambda_2\lambda_3 & 8\lambda_2(p - \omega) \\ \lambda_1\lambda_3 & \lambda_2\lambda_3 & 0 & 0 \\ 8\lambda_1(p - \omega) & 8\lambda_2(p - \omega) & 0 & -8\lambda \end{bmatrix}.$$

由于矩阵  $B$  的一、二、三阶顺序主子式

$$|B_1| = -2[k_1 + 4\lambda_1^2(p - \omega)^2] < 0,$$

$$|B_2| = 4k_1 k_2 + 16\lambda(k_1\lambda_2^2 + k_2\lambda_1^2)(p - \omega)^2 > 0,$$

$$|B_3| = -2\lambda_1\lambda_3^2(k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1) < 0, \text{ 故可知矩阵}$$

$$|B| = 18\lambda_1\lambda_3^2(k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1) > 0.$$

所以, Hessian 矩阵  $B$  为负定矩阵, 即(13)与(14)是目标函数(9)的极大值(最大值).

证毕

将式(13)与式(14)代入式(9)得, 供应链效益最大值, 且供应商与零售商的效益相同, 即

$$E[\Pi_r^*] + E[\Pi_m^*] = \frac{p - c + \Theta_1}{\lambda_3}$$

$$-\frac{k_1 k_2 (1 - \lambda_3 a p^{-b})^2}{\lambda_3^2 (k_1 \lambda_2^2 + k_2 \lambda_1^2)} - \beta^2 + \Theta_2 \quad (15)$$

且

$$E[\Pi_r^*] = E[\Pi_m^*]. \quad (16)$$

以上说明当制造商对广告, 先进技术与奖励劳动力员工的成本投入量分别为方程(13)中的  $y_1, y_2, y_3$  时, 整个供应链效益能够达到最大化, 当零售商分给制造商利润为方程(13)中  $y_4$  时, 能够使供应链系统协调. 即, 此时制造商最大收益与零售商最大收益相同, 同时整个供应链收益达到最大化.

由方程(15)可知, 供应链效益最大值与参数  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  及参数  $k_1, k_2$  有关, 下面来分析, 整个供应链效益最大值分别关于以上参数变化情况, 并总结

为以下定理.

定理 5 供应链效益最大值分别关于参数  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  单调递增, 关于参数  $k_1, k_2$  单调递减.

证明 将 (15) 分别关于  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, k_1, k_2$  求偏导, 可得

$$\frac{\partial(E[\Pi_r^*] + E[\Pi_m^*])}{\partial\lambda_1} = \frac{2k_1k_2(1-\lambda_3ap^{-b})^2}{k_2\lambda_1^3\lambda_3^2} > 0,$$

$$\frac{\partial(E[\Pi_r^*] + E[\Pi_m^*])}{\partial\lambda_2} = \frac{2k_1k_2(1-\lambda_3ap^{-b})^2}{k_1\lambda_2^3\lambda_3^2} > 0,$$

$$\frac{\partial(E[\Pi_r^*] + E[\Pi_m^*])}{\partial\lambda_3} = -\frac{p-c+\Theta_1}{\lambda_3^2} + \frac{2k_1k_2(1-\lambda_3ap^{-b})}{\lambda_3^3(k_1\lambda_2^2+k_2\lambda_1^2)} > 0,$$

$$\frac{\partial(E[\Pi_r^*] + E[\Pi_m^*])}{\partial k_1} = -\frac{k_1^2\lambda_2^2(1-\lambda_3ap^{-b})^2}{\lambda_3^4(k_1\lambda_2^2+k_2\lambda_1^2)^2} < 0,$$

$$\frac{\partial(E[\Pi_r^*] + E[\Pi_m^*])}{\partial k_2} = -\frac{k_2^2\lambda_1^2(1-\lambda_3ap^{-b})^2}{\lambda_3^4(k_1\lambda_2^2+k_2\lambda_1^2)^2} < 0.$$

定理即证. 证毕.

### 3 结 论

实现供应链效益最大化是当下研究的热点问题, 以单个制造商和单个零售商组成的二级供应链为研究对象, 探讨制造商做广告促销、引进先进技术、对劳动力员工进行适当的奖励对整个供应链效益影响.

以制造商与零售商利润之和最大, 且两者的利润之差的平方和最小作为目标. 用 Lagrange 数法求得极值点, 且其对应的 Hessian 矩阵是负定的, 得出制造商对广告、引进先进技术与奖励劳动力员工的最佳投入量, 使得整个供应链效益达到最大化. 同时, 本文也确定了零售商收益分享给制造商的最佳量, 使得整个供应链达到了协调. 最后, 分析了各参数对整个供应链的收益最大值的影响, 发现供应链的收益最大值与投入成本系数  $k_1, k_2$  成负相关, 与敏感系数  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  成正相关.

通过数值实验进行验证, 发现所得结果与实际情况相符合, 即整个供应链收益最大化与客户对产品知名度与产品质量敏感度有关, 客户对产品知名度与产品质量越敏感, 商家对广告, 先进技术的投入带来的效益也就会越大. 整个供应链效益最大化与劳动力员工对奖金关切程度有关, 员工对奖金越关心, 商家对员工奖金投入带来收益越大.

### 参考文献

[1] S. Ray. An integrated operations-marketing model for innova-

tive products and services[J]. International Journal of Production Economics, 2005, 95(3):327-345.

[2] 罗春林, 田歆. CVaR 准则下随机需求依赖于价格的供应链运作策略[J]. 管理评论, 2015, 27(4):167-176.

[3] 汤春发. 收益共享合约对多因素同时扰动的协调应对研究[J]. 经济数学, 2015, 32(3):31-35.

[4] 王迎军. 顾客需求驱动的供应链契约问题综述[J]. 管理科学学报, 2005, 8(2):68-76.

[5] 龚玉燕, 刘诚, 陈则辉. 随机需求条件下不同合作方式的供应链利润分配研究[J]. 经济数学, 2013, 30(2):100-103.

[6] A. Ahmadi-Javid, P. Hoseinpour. On a cooperative advertising model for a supply chain with one manufacturer and one retailer[J]. Fuel & Energy Abstracts, 2012, 219(2):458-466.

[7] J. Szmerekovsky, J. Zhang. Pricing and two-tier advertising with one manufacturer and one retailer[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 192(3):904-917.

[8] 聂佳佳, 熊中楷. 制造商广告和零售商动态定价联合决策模型[J]. 管理科学, 2006, 19(6):42-47.

[9] J. Yue, J. Austin, M. C. Wang, et al. Coordination of cooperative advertising in a two-level supply chain when manufacturer offers discount[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 168(1):65-85.

[10] 周名阳, 林杰, 袁玥. 供应链广告与定价联合决策模型研究[J]. 软科学, 2014, 28(7):29-33.

[11] 胡军, 张隽, 芮明杰. 线性需求条件下考虑质量控制的供应链协调契约模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(3):601-609.

[12] H. Gurnani, M. Erkoc. Supply contracts in manufacturer-retailer interactions with manufacturer quality and retailer effort-induced demand[J]. Naval Research Logistics, 2008, 55(3):200-217.

[13] 鲁其辉, 朱道立. 供应链中基于货架空间分配的质量改进策略研究[J]. 管理科学学报, 2010, 13(1):31-39.

[14] 曹秉, 杨春节. 考虑质量失误的供应链博弈模型研究[J]. 中国管理科学, 2006, 14(1):25-29.

[15] 楼华勇. 绩效薪酬特征对员工态度和绩效的影响[D]. 硕士学位论文. 浙江大学管理学院, 2010.

[16] 白晓丹. 薪酬公平、员工行为和公司业绩[D]. 硕士学位论文. 西南财经大学管理学, 2014.

[17] 孙志峰. 供应链企业经济效益分析[J]. 沈阳农业大学学报: 社会科学版, 2011, 13(3):288-291.

[18] 宋晓兵, 董大海. 广告情感效果及其前因的实证研究[J]. 管理科学, 2006, 19(3):51-58.

[19] P. Kotler. Principles of Marketing[M]. Beijing: Prentice Hall, Tsinghua Press, 2001, 556-557.

[20] D. Granot, S. Yin. On sequential commitment in the price-dependent newsvendor model[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 177(2):939-968.

[21] H. Zhu. Consumers risk control in a collaborative supply chain[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 182(2):683-694.

[22] A. A. Tsay, N. Agrawal. Channel dynamics under price and service competition[J]. Manufacturing and Service Operations & Management, 2000, 2(4), 372-391.

[23] 郎艳怀. 非对称信息和弹性需求下的供应链激励机制研究[J]. 中国管理科学, 2012, 20(5):106-111.

[24] M. Tracccy, M. A. Vondercraemsc. Manufacturing technology and strategy formulation: Keys to enhancing competitiveness and improving performance[J]. Journal of Operations Management, 1998, 17(1999):411-428.