ResearchGate

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: https://www.researchgate.net/publication/331988529

不同博弈框架下多竞争零售商的双渠道供应链定价决策研究 韦才敏

Article · June 2018

DOI: 10.12005 /orms.2018.0135

CITATIONS
0

READS
220

3 authors:

Caimin Wei
Shantou University
50 PUBLICATIONS 1,042 CITATIONS

SEE PROFILE

Zhongping Li
Anhui University
14 PUBLICATIONS 65 CITATIONS

SEE PROFILE

Zhun Fan
Shantou University
399 PUBLICATIONS 5,047 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:

Project inventory control View project

Project stochastic partial differential equation View project

All content following this page was uploaded by Caimin Wei on 26 March 2019.

The user has requested enhancement of the downloaded file.

第27卷 第6期
2018年6月
运 筹 与 管 理
OPERATIONS RESEARCH AND MANAGEMENT SCIENCE
Vol.27,No.6
Jun. 2018

不同博弈框架下多竞争零售商的双渠道供应链定价决策研究

韦才敏[1,2], 李忠萍[1,2], 范 衠[2]

(1.汕头大学 数学系,广东 汕头 515063; 2.汕头大学 数字信号与图像处理技术重点实验室,广东 汕头 515063)

摘 要:在Bertrand竞争、Stackelberg竞争及集中决策下,研究由单制造商与多竞争零售商组成的双渠道供应链的定价决策问题。运用两阶段优化技术、博弈论及矩阵论,讨论了多竞争零售商与单制造商在价格方面相互竞争的问题,给出不同市场竞争模式及集中决策下供应链成员的博弈均衡解。对比不同博弈框架及集中决策下供应链成员的定价决策,通过数值实验分析了价格敏感度及零售商个数对最优定价决策和最大利润影响,给出一些管理学理论与见解,为双渠道供应链中各成员的管理者制定最优决策提供理论支持。

关键词:供应链管理;双渠道供应链;定价策略;博弈论;零售商

中图分类号:F224 **文章标识码**:A **文章编号**:1007-3221(2018)06-0063-12 **doi**:10.12005/orms.2018.0135

Research on Pricing Decisions of Dual-Channel Supply Chain with Multiple Competitive Retailers under Different Game Frameworks

WEI Cai-min[1,2], LI Zhong-ping[1,2], FAN Zhun[2]

(1. *Department of Mathematics*, *Shantou University*, *Shantou* 515063, *China*; 2. *Guangdong Provincial Key Lab of Digital Signals and Image Processing*, *Shantou University*, *Shantou* 515063, *China*)

Abstract: This paper studies the pricing decisions problem of dual-channel supply chain consisting of a manufacturer and multiple competitive retailers under Bertrand competition, Stackelberg competition and centralized decision-making. In this case, where manufacturer and multiple retailers compete with each other over price, we obtain the gaming equilibrium of the supply chain members using two-stage optimization technique, game theory and matrix theory under different competitive patterns and centralized decision-making case, respectively. We compare the pricing decisions of the supply chain members under different game frameworks and centralized decision-making case, and by making a numerical experiment we analyze the influence of price sensitivity and the number of retailers on the optimal retailer price, and the maximum profits of channel members. In addition, we get some managerial implications and provide a theoretical support for dual-channel managers to develop the optimal decisions.

Key words: supply chain management; dual-channel supply chain; pricing policies; game theory; retailers

0 引言

伴随着全球经济迅速发展,以及消费者生活水平的提高,企业之间竞争越发激烈,与此同时供应链中零售商与零售商之间竞争也普遍存在,即制造商往往面临多个在价格方面相互竞争的零售商。同时伴随着互联网快速发展和电子商务产业快速扩张,消费者可以更方便快捷在线购买产品。电子商务出现促使越来越多制造商通过网上直销来重新设计传统销售渠道结构[1],而在线网购与传统网购之间的竞争愈加激烈,由传统零售渠道与直销渠道组成的双渠道运营模式逐渐成为一种新的发展趋势[2]。

针对由单制造商与多竞争零售商组成的双渠道供应链,在不同竞争模式及集中决策下,如何对

收稿日期:2016-06-17

基金项目:国家社会科学基金重点项目(16AGL010)

作者简介:韦才敏(1977-),男,壮族,广西马山人,教授,硕士生导师,主要研究方向:随机规划、随机模型理论与方法、物流与供应链管理;李忠萍(1989-),女,安徽阜阳人,硕士,研究方向:物流与供应链管理、医疗健康管理;范衠(1974-),男,湖南邵阳人,教授,博士生导师,研究方向:人工智能与智能机器人。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

产品进行定价是供应链管理中的重点,也是近年来国内外学术界关注的热点之一。然而,大多数研究者只关注一些外在因素变化,比如,零售商的服务水平、成员之间竞争、需求受到破坏时等供应链成员的最优决策,主要通过构建优化数学模型,运用博弈论进行求解。而国内外学者对多竞争成员的双渠道供应链定价策略问题研究较少。其中,有关双渠道供应链的定价决策问题研究中,Dan 等[3] 探讨了零售商服务水平对供应链成员定价策略的影响。在市场需求受到破坏时,Huang 等[4] 研究了双渠道供应链的定价决策问题。在制造商生产绿色产品情况下,Li 等[5] 研究了双渠道供应链的定价决策问题,给出打开直销渠道条件,并对比双渠道与单渠道下最优定价决策。在需求与成本同时扰动时,黄松等[6] 研究了双渠道供应链定价决策问题,给出了定价均衡解。王虹等[7] 考虑市场竞争下的定价决策问题,获得了关于供应商打开直销渠道的条件,并给出了均衡直销价格。当产品成本受到破坏时,Huang 等[8] 研究了双渠道供应链的定价决策问题,并表明仅仅当产品成本破坏超过某个上限时决策者才需要订购。杨浩雄等[2] 建立了效用函数博弈模型,并比较了双渠道供应链成员独立决策、零售商占主导地位及供应链一体化下的定价决策。基于直销零售商与传统零售商之间价格竞争情形,陈云等[9] 运用一两阶段博弈论方法获得了电子商务零售商与传统零售商的最优定价决策。在允许缺货条件下,Xiao 等[10] 研究了双渠道供应链成员定价决策及优先策略问题。许传永等[11] 探讨了制造商和零售商的定价决策互动问题,以及直销渠道对传统零售渠道的影响。然而,以上研究都没有关注双渠道供应链成员内部竞争对定价决策的影响。

考虑成员之间价格竞争时供应链定价问题研究中,基于单制造商与多竞争零售商组成的两通道供应链,David 等[12] 给出了分散决策及集中决策下供应链的定价、订购决策的均衡解,并通过线性批量折扣契约实现了供应链的协调。在市场需求不确定时,Hsieh 等[13] 给出了分散决策及集中决策下二级供应链定价及订购决策的均衡解,并通过契约机制实现了供应链的协调。Wu 等[14] 研究了非合作供应链成员的定价决策问题,给出了六种不同博弈框架下最优定价决策的均衡解。针对单制造商与多竞争零售商组成的供应链,基于市场需求随机情形下,Bernstein 等[15] 研究了分散供应链决策均衡性问题。张克勇等[16] 建立了一个包括两零售商的闭环供应链的定价模型,获得了相应的定价策略,并通过收益共享协调定价机制协调了该供应链。基于随机市场需求,高晓敏等[17] 建立了两竞争零售商定价博弈模型,运用 K－T 条件求解两零售商不同定价策略子博弈下的响应性定价决策。针对两相互竞争供应链,考虑市场需求随机情形下,Mahmoodi 等[18] 研究了三种博弈框架下供应链的决策性问题,并给出了三种算法来求解对应策略下的均衡解。考虑由多竞争零售商与多竞争制造商组成的供应链,Adida 等[19] 给出了对称供应链下最优订购数量的闭形式均衡解。然而,以上并未考虑多竞争零售商与单制造商的双渠道供应链的定价决策问题,也未对不同市场竞争模式下的定价决策问题进行研究。

针对多供应链成员的双渠道供应链定价决策问题,且他们在价格方面相互竞争,对此情况供应链管理者做出最优定价决策是一个亟需解决的问题。并且,供应链管理中一个非常重要的问题是供应链成员之间的竞争行为对定价决策的影响,并且双寡头市场与寡头垄断市场在供应链中经常遇到,不同博弈框架及集中决策下多竞争供应链成员的最优决策问题也需要解决。基于这种情形,探讨 Bertrand 竞争、Stackelberg 竞争及集中决策下供应链成员的最优定价决策问题。建立不同市场竞争模式及集中决策下博弈模型,并运用两阶段的优化技术进行分析,用博弈论知识进行求解,获得不同博弈框架及集中决策下双渠道供应链的最优定价决策,并对相应竞争模式下均衡解进行分析与比较。同时,给出一些管理见解,为供应链管理者提供理论依据与参考的价值。

1　假设和符号说明

以传统零售渠道和直销渠道组成的双渠道供应链为研究对象,供应链成员之间信息完全对称。在传统零售渠道下,考虑单制造商将单一产品以批量价格交货给 n 个不同零售商,各零售商再将产品销售给各自客户;在直销渠道下,制造商直接将产品销售给客户。基本模型框架如图 1 所示。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

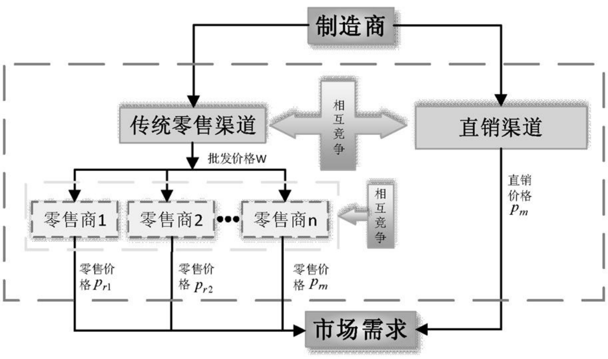

图 1　双渠道供应链框架

文中所涉及的参数与变量如下所示:

表 1　符号说明

参数	符号说明	参数	符号说明
a	市场潜在需求率	ρ_m	客户对直销渠道忠诚度
ρ_i	客户对第 i 个零售渠道忠诚度	b_i'	第 i 个零售渠道下客户对价格敏感度
θ_{ij}	交叉敏感系数	p_{ri}	第 i 个零售渠道产品零售价
p_m	直销渠道下产品零售价格	p_{ri}^b	Bertrand 竞争下第 i 个零售商最优零售价
p_m^b	Bertrand 竞争下制造商最优直销价格	p_{ri}^s	Stackelberg 竞争下第 i 个零售商最优零售价
p_m^s	Stackelberg 竞争下制造商最优直销价格	p_{ri}^I	集中决策下第 i 个零售商最优零售价
p_m^I	集中决策下制造商最优直销价格	c_r	零售渠道下产品成本
c_m	直销渠道下产品成本	D_{ri}	第 i 个零售渠道市场需求量
D_m	直销渠道下市场需求量	π_{ri}	第 i 个零售商利润
π_m	制造商利润	π	整个供应链利润
ω	零售渠道下产品批量价格	B	$n+1$ 阶对阵的价格敏感矩阵
ω^b	Bertrand 竞争下最优批量价格	ω^s	Stackelberg 竞争下最优批量价格

注: 为区分参数与矩阵(向量) ,文中用加黑的字母表示矩阵(向量) 。
为建立多竞争零售商的双渠道供应链定价决策模型,作相关假设如下:

假设 1　针对单制造商与 n 个竞争零售商组成的双渠道供应链,假定制造商先确定产品批量价格,然后 $n+1$ 个竞争供应链成员确定各自销售渠道下产品零售价格。

假设 2　在 Bertrand 竞争下,$n+1$ 个竞争供应链成员独自确定各自销售渠道下产品零售价格; 在 Stackelberg 竞争下,假设制造商为市场领导者,n 个竞争零售商为市场跟随者,即制造商先确定最优直销价格,然后 n 个竞争零售商根据制造商定价决策,再确定各自零售渠道下最优定价决策。

假设 3　假设制造商与零售商面临的市场需求服从线性需求函数,其关于自己零售价格递减, 关于竞争对手零售价格递增,这种需求量模型与文献[18]中类似。即零售渠道下第 i 个零售商的市场需求函数与直销渠道下制造商市场需求函数分别为

$$\begin{aligned} D_{ri} &= \rho_i a - b_i' p_{ri} + \sum_{j\neq i, j=1}^{n} \theta_{ij}(p_{rj} - p_{ri}) + \theta_{im}(p_m - p_{ri}) \\ &= \rho_i a - b_m p_{ri} + \sum_{j\neq i, j=1}^{n} \theta_{ij} p_{rj} + \theta_{im} p_m \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} D_m &= \rho_m a - b_m' p_m + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij}(p_{rj} - p_m) \\ &= \rho_m a - b_m p_m + \sum_{j=1}^{n} \theta_{mj} p_{rj} \end{aligned} \tag{2}$$

$$令 D = \begin{bmatrix} D_{r1} \\ D_{r2} \\ \vdots \\ D_{rn} \\ D_m \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_n \\ \rho_m \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -b_1 & \theta_{12} & \cdots & \theta_{1n} & \theta_{1m} \\ \theta_{21} & -b_2 & \cdots & \theta_{2n} & \theta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \theta_{n1} & \theta_{n2} & \cdots & -b_n & \theta_{nm} \\ \theta_{m1} & \theta_{m2} & \cdots & \theta_{mn} & -b_m \end{bmatrix}, \quad p \begin{bmatrix} p_{r1} \\ p_{r2} \\ \vdots \\ p_{rn} \\ p_m \end{bmatrix}$$

则供应链成员面临的需求函数可简化为:

$$D = a\rho + Bp \tag{3}$$

其中,$\rho_m + \sum_{i=1}^{n} \rho_i = 1$; θ_{ij}衡量第 i 个零售商的零售价格与第 j 个零售商的相比,对市场需求量影响,且 $b_i = b_i' + \sum_{j\neq i, j=1}^{n} \theta_{ij} + \theta_{im}$; b_i'度量第 i 零售渠道下产品零售价格对市场需求量的影响; $B \in R^{(n+1)\times(n+1)}$ 是主对角占优对称阵,用矩阵论知识,易证其是负定矩阵。

2　分散决策下多竞争零售商的双渠道供应链的决策模型

最近几年,供应链管理中一个非常重要问题是供应链成员之间不同竞争行为对其定价决策的影响,且双寡头市场与寡头垄断市场在供应链中经常会遇到。基于单制造商与 n 个不同零售商组成的双渠道供应链,且 $n+1$ 个不同供应链成员在零售价格方面相互竞争时,针对分散决策下 Bertrand 竞争及 Stackelberg 竞争情形,供应链成员该如何做出最优定价决策是管理学所研究重点。因此,接下来分析并求解上述两种竞争模式下 $n+1$ 个竞争成员博弈均衡解。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

在建立模型之前，先给出第 i 个零售商、制造商及整个供应链的利润函数：

$$\pi_{ri} = (p_{ri} - \omega) D_{ri} \tag{4}$$

$$\pi_m = \sum_{i=1}^{n} (\omega - c_r) D_{ri} + (p_m - c_m) D_m \tag{5}$$

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} (p_{ri} - c_r) D_{ri} + (p_m - c_m) D_m \tag{6}$$

2.1 Bertrand 价格竞争下的均衡解

在 Bertrand 竞争下，成员独自确定各销售渠道下产品零售价格以实现其利润最大化，且各成员以其他 n 个销售渠道下产品零售价格为参考。接下来，建立两阶段优化技术模型，并使用博弈论及矩阵论知识进行求解，获得 $n+1$ 个竞争供应链成员最优零售价格的博弈均衡解，并以定理的形式给出 Bertrand 竞争下所有成员最优定价决策。

定理 1 在 Bertrand 竞争下，给定批量价格 ω，$n+1$ 个竞争供应链成员最优零售价格的均衡解为 $p^b = -A^{-1}H_b$，其中

$$A = \begin{bmatrix} -2b_1 & \theta_{12} & \cdots & \theta_{1n} & \theta_{1m} \\ \theta_{21} & -2b_2 & \cdots & \theta_{2n} & \theta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \theta_{n1} & \theta_{n2} & \cdots & -2b_n & \theta_{nm} \\ \theta_{m1} & \theta_{m2} & \cdots & \theta_{mn} & -2b_m \end{bmatrix}$$

$$H_b = \begin{bmatrix} b_1\omega + \rho_1 a \\ b_2\omega + \rho_2 a \\ \vdots \\ b_n\omega + \rho_n a \\ b_m c_m + (\omega - c_r)\sum_{i=1}^{n}\theta_{im} + \rho_m a \end{bmatrix}$$

证明 将式(4)与式(5)分别关于 p_{ri}，p_m 求一阶偏导数，可得

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = Ap + H_b \tag{7}$$

其中，$\frac{\partial \pi}{\partial p} = (\frac{\partial \pi_{r1}}{\partial p_{r1}}, \frac{\partial \pi_{r2}}{\partial p_{r2}}, \cdots, \frac{\partial \pi_{rn}}{\partial p_{rn}}, \frac{\partial \pi_m}{\partial p_m})^T$。由 $|-2b_i| > \sum_{j=1}^{n}\theta_{ij}$ 及代数学基本知识，可知矩阵 A 可逆，令 $\frac{\partial \pi}{\partial p} = 0$，可得。即证。

由定理 1 可知，$n+1$ 个竞争供应链成员最优零售价格的均衡解表达式不明显，因此，借助代数学知识将其进行简化，从而获得更加明显的解释式，并以定理的形式给出。

定理 2 在 Bertrand 竞争下，给定批量价格 ω，直销渠道及零售渠道下最优零售价格分别为

$$p_m^b = \frac{\omega(e^T\widetilde{\Theta}_m - \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\tilde{b}) + a(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T A\widetilde{\Theta}^{-1}\tilde{\rho}) - c_r e^T\widetilde{\Theta}_m + b_m c_m}{2b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}^b &= -\tilde{A}^{-1}\{\omega\tilde{b} + a\tilde{\rho} + \frac{[\omega(e^T\widetilde{\Theta}_m - \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\tilde{b}) + a(e_m - \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\tilde{\rho}) - c_r e^T\widetilde{\Theta}_m + b_m c_m]\widetilde{\Theta}_m}{2b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}\} \\ &= -\omega\tilde{A}^{-1}[\tilde{b} + \frac{(e^T\widetilde{\Theta}_m - \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\tilde{b})\widetilde{\Theta}_m}{2b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}] - a\tilde{A}^{-1}[\tilde{\rho} + \frac{(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\tilde{\rho})\widetilde{\Theta}_m}{2b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}] \\ &\quad + c_r\tilde{A}^{-1}(\frac{e^T\widetilde{\Theta}_m\widetilde{\Theta}_m}{2b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}) - c_m\tilde{A}^{-1}(\frac{b_m\widetilde{\Theta}_m}{2b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}) \end{aligned} \tag{9}$$

其中 $\tilde{A} = \begin{bmatrix} -2b_1 & \theta_{12} & \cdots & \theta_{1n} \\ \theta_{21} & -2b_2 & \cdots & \theta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{n1} & \theta_{n2} & \cdots & -2b_n \end{bmatrix}$

$$\tilde{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_n \end{bmatrix}, \quad \tilde{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad \widetilde{\Theta}_m = \begin{bmatrix} \theta_{m1} \\ \theta_{m2} \\ \vdots \\ \theta_{mn} \end{bmatrix}, \tilde{p} = \begin{bmatrix} p_{r1} \\ p_{r2} \\ \vdots \\ p_{rn} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} b_1\omega + \rho_1 a + \theta_{m1}p_m \\ b_2\omega + \rho_2 a + \theta_{2m}p_m \\ \vdots \\ b_n\omega + \rho_n a + \theta_{nm}p_m \end{bmatrix} = \widetilde{\omega b} + a\tilde{\rho} + p_m\widetilde{\Theta}_m$$

证明 将方程组

$$Ap + H_b = 0 \tag{10}$$

变形为

$$\begin{cases} \tilde{A}\tilde{p} + (\omega\tilde{b} + a\tilde{p} + p_m\widetilde{\Theta}_m) = 0 \\ \widetilde{\Theta}_m^T\tilde{p} - 2b_m p_m + b_m c_m + (\omega - c_r)e^T\widetilde{\Theta}_m + \rho_m a = 0 \end{cases} \tag{11}$$

由矩阵 $\tilde{A}$ 可逆，可知

$$\tilde{p} = -\tilde{A}^{-1}(\omega\tilde{b} + a\tilde{\rho} + p_m\widetilde{\Theta}_m) \tag{12}$$

将式(12)代入式(11)中第二个式子，得式(8)，将式(8)代入式(12)，得式(9)，即证。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

由定理 2 可知,Bertrand 竞争下及批量价格 ω 固定时,$n+1$ 个竞争供应链成员最优零售价格只要满足式(8) 与式(9),就会实现 $n+1$ 个竞争供应链成员利润最大化。另外,可以发现: 直销渠道及零售渠道下最优零售价格均与批量价格、市场潜在需求率、直销渠道及零售渠道下产品成本呈线性相关性; 最优零售价格关于批量价格、市场潜在需求率、直销渠道下产品成本单调递增,关于零售渠道下产品成本单调递减。

接下来,在 Bertrand 竞争下,运用优化知识确定制造商最优批量价格,并以定理形式给出其均衡解的表达式。

定理 3　在 Bertrand 竞争下,制造商最优批量价格的均衡解为

$$\omega^b = \frac{c_r\left[e^T\left(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}\right)-\dfrac{e^T\widetilde{\Theta}_m\left(e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m+2b_m\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}\right)-\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}}{2b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}\right]}{e^T\left(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}\right)-2b_m\left(\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}\right)^2+e^T\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}}+$$

$$\frac{c_m\left[\left(-b_m\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}+\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}\right)+\dfrac{b_m\left(e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m+2b_m\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}\right)-\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}}{2b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}\right]}{e^T\left(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}\right)-2b_m\left(\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}\right)^2+e^T\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}}+$$

$$\frac{a\left[-\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}\rho_m-e^T\tilde{p}+e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\tilde{\rho}+\dfrac{\left(\rho_m-\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{p}\right)\left(e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m+2b_m\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}-\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}\right)}{2b_m-\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}\right]}{e^T\left(a\tilde{p}+\widetilde{B}\frac{\partial p^b}{\partial\omega}\right)-2b_m\left(\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}\right)^2+e^T\widetilde{B}\frac{\partial p^b}{\partial\omega}} \tag{13}$$

其中
$$\begin{cases}\dfrac{\partial p_m^b}{\partial\omega}=\dfrac{e^T\widetilde{\Theta}_m-\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{b}}{2b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}\\[2ex] \dfrac{\partial p^b}{\partial\omega}=-\widetilde{A}^{-1}\left[\tilde{b}+\dfrac{\left(e^T\widetilde{\Theta}_m-\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{b}\right)\widetilde{\Theta}_m}{2b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}\right]\end{cases}$$

证明　将定理 2 中供应链成员最优零售商价格代入式(5),可得制造商利润函数为

$$\begin{aligned}\pi_m &= \sum_{i=1}^{n}(\omega-c_r)D_{ri}+(p_m-c_m)D_m\\ &=(\omega-c_r)e^T(a\tilde{p}+\widetilde{B}\tilde{p}^b)+\\ &\quad(p_m^b-c_m)(\rho_m a-b_m p_m^b+\widetilde{\Theta}_m^T\tilde{p}^b)\end{aligned} \tag{14}$$

将式(14) 两边关于批量价格 ω 求一阶偏导数,可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial\pi_m}{\partial\omega}&=e^T(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\tilde{p}^b)+(\omega-c_r)e^T\left(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}\right)+\\ &\quad\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}(\rho_m a-b_m p_m^b+\widetilde{\Theta}_m^T\tilde{p}^b)+\\ &\quad(p_m^b-c_m)\left(-b_m\frac{\partial p_m^b}{\partial\omega}+\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^b}{\partial\omega}\right)\end{aligned}$$

令 $\frac{\partial\pi_m}{\partial\omega}=0$,将式(14) 两边关于 ω 求二阶偏导数,易得,$\frac{\partial^2\pi_m}{\partial\omega^2}|_{\omega=\omega^b}<0$,即证。

在 Bertrand 竞争下,针对 n 个竞争零售商及制造商组成的双渠道供应链,由式(13) 可得制造商最优批量价格的均衡解,可以发现: 最优批量价格与产品成本呈线性相关性。将式(13) 代入式(8) 与式(9),可获得直销渠道及零售渠道下产品最优零售价格均衡解,此时,实现 $n+1$ 个竞争供应链成员利润最大化,且他们之间存在 Bertrand 竞争关系。然而,以上所求解最优定价决策的表达式很复杂,下面探讨特殊情形下的最优均衡解,并以推论形式给出。

推论 1　在 Bertrand 竞争下,当价格敏感度与交叉敏感强度相同时,即 $b_i'=\theta_{ij}=\theta, i=1,\cdots,n$, 对于给定的批量价格 ω,$n+1$ 个竞争双渠道供应链成员最优零售价格均衡解为

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

$$p_{ri}^b = \frac{\sum_{j\neq i, j=1}^{n}[(n+1)\theta\omega+\rho_j a] + (n+3)[(n+1)\theta\omega+\rho_i a] + [(n+1)\theta c_m + n\theta(\omega-c_r)+\rho_m a]}{\theta(n+2)(2n+3)} = B_1\omega + B_{ri}$$

$$p_m^b = \frac{\sum_{j=1}^{n}[(n+1)\theta\omega+\rho_j a] + (n+3)[(n+1)\theta c_m + n\theta(\omega-c_r)+\rho_m a]}{\theta(n+2)(2n+3)} = B_2\omega + B_m \quad (15)$$

其中 $B_1 = \frac{2n+1}{2n+3}, B_{ri} = \frac{a[1+\rho_i(n+2)]}{\theta(n+2)(2n+3)} + \frac{(n+1)c_m}{(n+2)(2n+3)} - \frac{nc_r}{(n+2)(2n+3)}$

$B_2 = \frac{2n}{2n+3}, B_m = \frac{a[1+\rho_m(n+2)]}{\theta(n+2)(2n+3)} + \frac{(n+3)(n+1)c_m}{(n+2)(2n+3)} - \frac{n(n+3)c_r}{(n+2)(2n+3)}$

证明 当 $b_i' = \theta_{ij} = \theta, i=1,\cdots,n$ 时,则

$$A = (\theta)\begin{bmatrix} -2(n+1) & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & -2(n+1) & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & -2(n+1) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & -2(n+1) \end{bmatrix}$$

由代数学基本知识,可得 $A^{-1} = [\frac{-1}{\theta(n+2)(2n+3)}]\begin{bmatrix} n+3 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & n+3 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & n+3 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & n+3 \end{bmatrix}$

由定理1,可得推论1,即证。

推论2 在 Bertrand 竞争下,当 $b_i = \theta_{ij}, i=1,\cdots,n$ 时,制造商批量价格均衡解为

$$\omega^b = \frac{\theta[-c_r(B_2+nB_1) - nB_1B_m + 2(n+1)B_2B_m - nB_m - \sum_{i=1}^{n}B_{ri}(B_2-2)] - a[1+\rho_m(B_2-1)]}{2\theta[n(B_2-2B_1) + B_2(nB_1-(n+1)B_2)]} \quad (16)$$

证明 由定理3及推论1,易得,即证。

2.2 Stackelberg 价格竞争下的均衡解

在 Stackelberg 竞争下,成员中存在领导者与跟随者,制造商与 n 个零售商在零售价格方面相互竞争。基于 Stackelberg-制造商博弈框架,即制造商为市场领导者,n 个竞争零售商为市场跟随者,在 Stackelberg 竞争下,运用两阶段优化技术、博弈论及矩阵论,获得 $n+1$ 个竞争供应链成员最优零售价格及制造商最优批量价格博弈均衡解,并以定理的形式给出。

定理4 在 Stackelberg 竞争下,给定批量价格 ω,$n+1$ 个供应链成员最优零售价格均衡解为

$$p_m^s = \frac{-\omega(e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m + \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{b}) + a(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{\rho}) + c_r e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}{2(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)} + \frac{c_m}{2} \quad (17)$$

$$\tilde{p}^s = -\widetilde{A}^{-1}\{\omega\tilde{b} + a\tilde{\rho} + [\frac{\omega(-e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m - \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{b}) + a(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{\rho}) + c_r e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}{2(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)} + \frac{c_m}{2}]\widetilde{\Theta}_m\}$$

$$= -\widetilde{\omega A}^{-1}[\tilde{b} - \frac{(e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m + \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{b})\widetilde{\Theta}_m}{2(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}] - a\widetilde{A}^{-1}[\tilde{\rho} + \frac{(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{\rho})\widetilde{\Theta}_m}{2(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}]$$

$$- c_r\widetilde{A}^{-1}[\frac{e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m\widetilde{\Theta}_m}{2(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}] - c_m\frac{\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}{2} \quad (18)$$

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

证明　将(4) 关于 p_{ri} 求一阶偏导数,可得

$$\frac{\partial\pi}{\partial p}=\widetilde{A}p+H_s \tag{19}$$

由 $|-2b_i|>\sum_{j\neq i,j=1}^{n}(\theta_{ij})$ 及代数学基本知识可知,矩阵 $\widetilde{A}$ 可逆,令 $\frac{\partial\pi}{\partial p}=0$,可得

$$\tilde{p}=-\widetilde{A}^{-1}(\omega\widetilde{b}+a\tilde{\rho}+p_m\widetilde{\Theta}_m) \tag{20}$$

将式(19) 代入式(5) ,可得

$$\begin{aligned}\pi_m&=\sum_{i=1}^{n}(\omega-c_r)D_{ri}+(p_m-c_m)D_m\\&=(\omega-c_r)e^T[a\tilde{\rho}-\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}(\omega\widetilde{b}+a\tilde{\rho}+p_m\widetilde{\Theta}_m)]+\\&\quad(p_m-c_m)[\rho_m a-b_m p_m-\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}(\omega\widetilde{b}+a\tilde{\rho}+p_m\widetilde{\Theta}_m)]\end{aligned} \tag{21}$$

将式(20) 两边关于 p_m 求一阶偏导数,可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial\pi_m}{\partial p_m}=&-(\omega-c_r)e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m+\rho_m a-\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}(\omega\widetilde{b}+a\tilde{\rho})\\&-c_m(b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)-2p_m(b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)\end{aligned}$$

令 $\frac{\partial\pi_m}{\partial p_m}=0$,可得式(17),代入式(20),可得式(18),即证。

由定理 4,可知在 Stackelberg 竞争及批量价格 ω 固定下,若 $n+1$ 个竞争供应链成员最优零售价格满足式(17) 与式(18) ,则会实现 $n+1$ 个竞争供应链成员利润最大化。同时,可以发现: 直销渠道及零售渠道下最优零售价格均与批量价格、市场潜在需求率、直销渠道及零售渠道下产品成本呈线性相关; 最优零售价格关于批量价格、市场潜在需求率、直销渠道下产品成本单调递增,关于零售渠道下产品成本单调递减; 特别地,制造商直销价格关于直销渠道下成本变化率为 0.5。

接下来,获得 Stackelberg 竞争下制造商最优批量价格,并以定理形式给出。

定理 5　在 Stackelberg 竞争下,制造商最优批量价格的均衡解为

$$\begin{aligned}\omega^s=&\frac{c_r\left[e^T(a\tilde{p}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega})+\frac{e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m(2b_m\frac{\partial p^s}{\partial\omega}-\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega}+e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}{2(b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}\right]}{e^T(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega})-2b_m(\frac{\partial p_m^s}{\partial\omega})^2+e^T\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega}}+\frac{c_m\left[-\frac{e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m}{2}+\frac{(-4b_m\frac{\partial p_m^s}{\partial\omega}+3\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega})}{2}\right]}{e^T(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega})-2b_m(\frac{\partial p_m^s}{\partial\omega})^2+e^T\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega}}+\\&\frac{a\left\{-\frac{\partial\tilde{p}_m^s}{\partial\omega}\rho_m-e^T\tilde{\rho}+e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\tilde{\rho}+\frac{[e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m+(2b_m\frac{\partial p_m^s}{\partial\omega}-\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}_m^s}{\partial\omega})](\rho_m-\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\tilde{\rho})}{2(b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}\right\}}{e^T(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega})-2b_m(\frac{\partial p_m^s}{\partial\omega})^2+e^T\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega}}\end{aligned} \tag{22}$$

其中

$$\begin{cases}\frac{\partial p_m^s}{\partial\omega}=-\frac{e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{b}}{2(b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}\\\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega}=-\widetilde{A}^{-1}\left[\widetilde{b}-\frac{(e^T\widetilde{B}\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{b})\widetilde{\Theta}_m}{2(b_m+\widetilde{\Theta}_m^T\widetilde{A}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}\right]\end{cases}$$

证明　将定理 4 中供应链成员最优零售商价格代入式(5) ,可得制造商利润函数为

$$\begin{aligned}\pi_m&=\sum_{i=1}^{n}(\omega-c_r)D_{ri}+(p_m-c_m)D_m\\&=(\omega-c_r)e^T(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\tilde{p}^s)+\\&\quad(p_m^s-c_m)(\rho_m a-b_m p_m^s+\widetilde{\Theta}_m^T\tilde{p}^s)\end{aligned} \tag{23}$$

将式(23) 两边关于批量价格 ω 求一阶导,可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial\pi_m}{\partial\omega}=&e^T(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\tilde{p}^s)+(\omega-c_r)e^T(a\tilde{\rho}+\widetilde{B}\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega})+\\&\frac{\partial\tilde{p}_m^s}{\partial\omega}(\rho_m a-b_m p_m^s+\widetilde{\Theta}_m^T\tilde{p}^s)+\\&(p_m^s-c_m)(-b_m\frac{\partial\tilde{p}_m^s}{\partial\omega}+\widetilde{\Theta}_m^T\frac{\partial\tilde{p}^s}{\partial\omega})\end{aligned}$$

令 $\frac{\partial\pi_m}{\partial\omega}=0$,可得式(22) 。将式(23) 关于批量价格 ω 求二阶导,易得 $\frac{\partial^2\pi_m}{\partial\omega^2}|_{\omega=\omega^s}<0$,即证。

在 Stackelberg 竞争及 Stackelberg-制造商博弈框架下,由式(22) 可得制造商最优批量价格,可以发现: 最优批量价格与产品成本呈线性相关性。将式(22) 代入式(17) 、式(18) 、可得直销渠道与零售

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

渠道下产品最优零售价格，此时 $n+1$ 个竞争供应链成员利润均达到最大化。

类似 2.1 节，接下来，探讨特殊情形下 $n+1$ 个竞争供应链成员最优决策，为了简单起见，以推论形式给出。

推论 3 在 Stackelberg 竞争下，当 $b_i'=\theta_{ij}=\theta$，$i=1,\cdots,n$时，给定批量价格 ω，则 $n+1$ 个竞争供应链成员最优零售价格的均衡解为

$$p_{ri}^s=\frac{\sum_{j\neq i,j=1}^{n}\{[(n+1)\theta\omega+\rho_j a]+\theta p_m\}}{\theta(2n+3)(n+3)}+\frac{(n+4)\{[(n+1)\theta\omega+\rho_i a]+\theta p_m\}}{\theta(2n+3)(n+3)}=S_1\omega+S_{ri}$$

$$p_m^s=\frac{n(n+1)(\omega-c_r)\theta-c_m[n-(n+1)(n+3)]\theta+a\rho_m(n+3)+(n+3)\theta\sum_{i=1}^{n}p_{ri}}{\theta(2n+3)(n+2)}=S_1\omega+S_m \quad (24)$$

其中 $S_1=\frac{2(n+1)^2}{(2n+3)(n+2)-n}$，$S_{ri}=-\frac{c_r n(n+1)}{(n+3)[(2n+3)(n+2)-n]}+\frac{c_m}{2(n+3)}+a[\frac{1+\rho_m(n+2)}{\theta(n+3)[(2n+3)(n+2)-n]}+\frac{1+(n+3)\rho_i}{\theta(2n+3)(n+3)}]$

$S_2=\frac{2n(n+1)}{(2n+3)(n+2)-n}$，$S_m=-\frac{c_r n(n+1)}{[(2n+3)(n+2)-n]}+\frac{c_m}{2}+\frac{a[1+\rho_m(n+3)]}{\theta[(2n+3)(n+2)-n]}$

证明 当 $b_i'=\theta_{ij}=\theta,i=1,\cdots,n$，则 $\tilde{A}=(\theta)\begin{bmatrix}-2(n+1) & 1 & \cdots & 1 & 1\\ 1 & -2(n+1) & \cdots & 1 & 1\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 1 & 1 & \cdots & -2(n+1) & 1\\ 1 & 1 & \cdots & 1 & -2(n+1)\end{bmatrix}$

由代数学基本知识，可得 $\tilde{A}^{-1}=[\frac{1}{\theta(2n+3)(n+3)}]\begin{bmatrix}n+4 & 1 & \cdots & 1 & 1\\ 1 & n+4 & \cdots & 1 & 1\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 1 & 1 & \cdots & n+4 & 1\\ 1 & 1 & \cdots & 1 & n+4\end{bmatrix}$，由定理 4 可得推论 3，即证。

推论 4 在 Stackelberg 竞争下，当 $b_i'=\theta_{ij}=\theta$，$i=1,\cdots,n$ 时，制造商最优批量价格均衡解为

$$\omega^s=\frac{\theta[-c_r(S_2+nS_1)-nS_1S_m+2(n+1)S_2S_m-nS_m-\sum_{i=1}^{n}S_{ri}(S_2-2)]-a[1+\rho_m(S_2-1)]}{2\theta[n(S_2-2S_1)+S_2(nS_1-(n+1)S_2)]} \quad (25)$$

证明 与推论 2 证明类似。

3 集中决策下多竞争零售商的双渠道供应链的决策模型

针对 n 个竞争零售商与单制造商组成的双渠道供应链，且 $n+1$ 个供应链成员在价格方面相互竞争、又相互合作以实现整个供应链利润最大化时，来探讨 $n+1$ 个供应链成员最优定价决策。此时，整个供应链利润函数为

$$\pi=\sum_{i=1}^{n}(p_{ri}-c_r)(\rho_i a-b_i p_{ri}+\sum_{j\neq i,j=1}^{n}\theta_{ij}p_{rj}+\theta_{im}p_m)+(p_m-c_m)(\rho_m a-b_m p_m+\sum_{j=1}^{n}\theta_{mj}p_{rj}) \quad (26)$$

定理 6 集中决策下，$n+1$ 个竞争供应链成最优零售价格的均衡解为 $p^I=-\frac{1}{2}B^{-1}H_I$。其中，

$$H_I=\begin{bmatrix}-c_r\sum_{i=2}^{n}\theta_{im}-c_m\theta_{m1}+b_1c_r+\rho_1 a\\ -c_r\sum_{i\neq 2,i=1}^{n}\theta_{im}-c_m\theta_{m2}+b_2c_r+\rho_2 a\\ \vdots\\ -c_r\sum_{i=1}^{n-1}\theta_{im}-c_m\theta_{mn}+b_nc_r+\rho_n a\\ -c_r\sum_{i=2}^{n}\theta_{im}+b_mc_m+\rho_m a\end{bmatrix}$$

证明 将式(26)分别关于 p_{ri}，p_m 求一阶偏导数，可得

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = 2Bp + H_I \quad (27)$$

由 $|-2b_i| > \sum_{j\neq i,j=1}^{n}(\theta_{ij}+\theta_{ji})$ 及代数学基本知识可知,矩阵 B 可逆,令 $\frac{\partial \pi}{\partial p}=0$,可得。即证。

定理 7　集中决策下,直销渠道及零售渠道下产品最优零售价格的均衡解为

$$p_m^I = \frac{a(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}\tilde{\rho}) + c_r[\widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}(\widetilde{\Theta} - \tilde{b}) + e^T\widetilde{\Theta}_m]}{2(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)} + \frac{c_m}{2} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}\tilde{p}^I &= \frac{1}{2}\widetilde{B}^{-1}\{c^r(\widetilde{\Theta} - \tilde{b}) + c_m\widetilde{\Theta}_m - a\tilde{\rho} - \\ &[\frac{a(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}\tilde{\rho}) + c_r[\widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}(\widetilde{\Theta} - \tilde{b}) + e^T\widetilde{\Theta}_m]}{(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)} + \frac{c_m}{2}]\widetilde{\Theta}_m\} \\ &= -\frac{a}{2}\widetilde{B}^{-1}(\tilde{\rho} + \frac{(\rho_m - \widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}\tilde{\rho})\widetilde{\Theta}_m}{(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}) \\ &+ c_r\widetilde{B}^{-1}[\frac{b_m(\widetilde{\Theta} - \tilde{b}) - e^T\widetilde{\Theta}_m\widetilde{\Theta}_m}{2(b_m + \widetilde{\Theta}_m^T \widetilde{B}^{-1}\widetilde{\Theta}_m)}] \end{aligned} \quad (29)$$

其中
$$\widetilde{H}^I = \begin{bmatrix} -c_r\sum_{i=2}^{n}\theta_{im} - c_m\theta_{m1} + b_1c_r + \rho_1 a + 2\theta_{1m}p_m \\ -c_r\sum_{i\neq 2,i=1}^{n}\theta_{im} - c_m\theta_{m2} + b_2c_r + \rho_2 a + 2\theta_{2m}p_m \\ \vdots \\ -c_r\sum_{i=2}^{n-1}\theta_{im} - c_m\theta_{mn} + b_nc_r + \rho_n a + 2\theta_{nm}p_m \end{bmatrix} = a\tilde{\rho} + 2p_m\widetilde{\Theta}_m - c_r(\widetilde{\Theta} - \tilde{b}) - c_m\widetilde{\Theta}_m$$

$$\widetilde{\Theta}^T = [\sum_{i=2}^{n}\theta_{im}, \sum_{i\neq 2,i=1}^{n}\theta_{im}, \cdots, \sum_{i=1}^{n-1}\theta_{im}]$$

证明　将方程组

$$2Bp + H_I = 0 \quad (30)$$

变形为

$$\begin{cases} 2\widetilde{B}\tilde{p} - c_r\widetilde{\Theta} - c_m\widetilde{\Theta}_m + c_r\tilde{b} + a\tilde{\rho} + 2p_m\widetilde{\Theta}_m = 0 \\ 2\widetilde{\Theta}_m^T\tilde{p} - 2b_mp_m - c_re^T\widetilde{\Theta}_m + b_mc_m + \rho_m a = 0 \end{cases} \quad (31)$$

由矩阵 $\widetilde{B}$ 可逆,可得

$$\tilde{p} = \frac{1}{2}\widetilde{B}^{-1}(c_r\widetilde{\Theta} + c_m\widetilde{\Theta}_m - c_r\tilde{b} - a\tilde{\rho} - 2p_m\widetilde{\Theta}_m) \quad (32)$$

将式(32)代入式(31)中第二个式子,可得式(28),再将式(28)代入式(32),可得式(29),即证。

集中决策下,制造商与 n 个竞争零售商最优定价决策分别满足式(28)与式(32)时,能够实现整个供应链利润最大化。从定理 7 可以发现: 直销渠道下产品最优零售价格的均衡解与市场潜在需求率、直销渠道及零售渠道下产品成本呈线性相关性,且制造商最优直销价格关于直销渠道下产品成本的变化率为 0.5,而是否与零售渠道下产品成本相关取决于价格敏感度;零售渠道下产品最优零售价格的均衡解与市场潜在需求率、零售渠道下产品成本呈线性相关性,而与直销渠道下产品成本无关。

然而,以上是集中决策下一般情形下结果,下面推论给出特殊情况下竞争供应链成员的最优定价决策。

推论 5　集中决策下,当 $b_i' = \theta_{ij} = \theta, i = 1, \cdots, n$ 时,制造商与 n 个竞争零售商最优零售价格的均衡解为

$$p_{ri}^I = \frac{\sum_{j\neq i,j=1}^{n}(2\theta c_r - \theta c_m + \rho_j a) + 2[2\theta c_r - \theta c_m + \rho_i a] + [-n\theta c_r + \theta(n+1)c_m + \rho_m a]}{2\theta(n+2)} = I_1 + I_{ri} \quad (33)$$

$$p_m^I = \frac{\sum_{j=1}^{n}(2\theta c_r - \theta c_m + \rho_j a) + 2[-n\theta c_r + \theta(n+1)c_m + \rho_i a]}{2\theta(n+2)} = I_1 + I_m \quad (34)$$

$$I_1 = \frac{c_r}{2}, I_2 = \frac{c_m}{2}, I_{ri} = \frac{a(1+\rho_i)}{2\theta(n+2)}, I_m = \frac{a(1+\rho_m)}{2\theta(n+2)}$$

证明　当 $b_i' = \theta_{ij} = \theta, i = 1, \cdots, n$ 时,则

$$B = (2\theta)\begin{bmatrix} -(n+1) & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & -(n+1) & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & -(n+1) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & -(n+1) \end{bmatrix}$$

由代数学基本知识,可得

$$B^{-1} = [\frac{-1}{2\theta(n+2)}]\begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

由定理 7 可得推论 5,即证。

4　数值分析

虽然 3 节给出了 Bertrand 竞争与 Stackelberg 竞争下 $n+1$ 个竞争供应链成员的最优定价决策、集中决策下供应链成员最优定价决策的一般解析表达式,然而并不能直接比较他们之间的大小关系;不能直接比较 Bertrand 竞争与 Stackelberg 竞争下制造商最优批量价格之间的大小关系,也不能比较以上三种竞争模式下供应链成员最大利润的大小关系。为了比较上述最优定价决策的大小关系,

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

下面运用数值实验进行分析。为简单起见及不失一般性,假设客户对直销渠道及各个零售渠道忠诚度相同,且客户对所有的零售价格敏感度相同,所涉及的其他参数如下: $a=1000$, $c_r=c_m=10$, $\rho_m=\rho_1=\frac{1}{n}$。同时,观察价格敏感度对三种市场竞争模式下最优零售价格及最优直销价格、Bertrand 与 Stackelberg 竞争下制造商最优批量价格、零售商个数、三种策略下双渠道供应链成员最大利润及整个供应链利润影响。

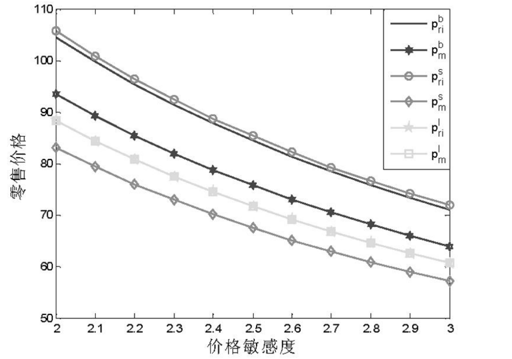

图 2 价格敏感度对不同博弈框架下零售价格影响

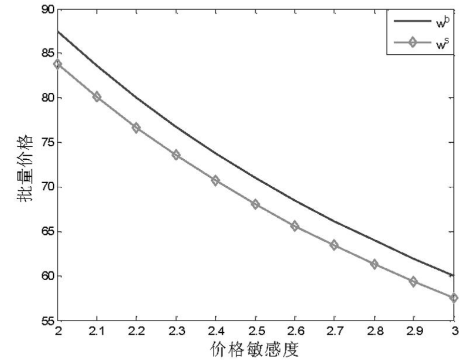

图 3 价格敏感度对不同博弈框架下批量价格影响

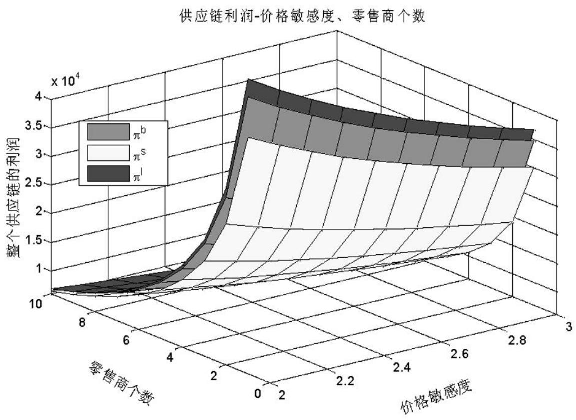

图 4 价格敏感度和零售商个数对不同博弈框架及集中决策下整个供应链利润的影响

从图 2 可知,针对 2 个竞争零售商与单制造商组成的双渠道供应链,在 Bertrand 竞争、Stackelberg 竞争及集中决策下,传统零售渠道及直销渠道下最优零售价格随客户对零售价格的敏感度增加而减小,且满足 $p_{ri}^s>p_{ri}^b>p_m^b>p_{r_i}^I=p_m^I>p_m^s$。从图 3 可知,在 Bertrand 竞争及 Stackelberg 竞争下,传统零售渠道下制造商最优批量价格随客户对零售价格敏感度增加而减小,且前者大于后者。从图 4 可知,Bertrand竞争、Stackelberg 竞争及集中决策下整个供应链利润都随零售商个数和客户对价格的敏感度增加而减少,且满足 $\pi^I>\pi^b>\pi^s$。

表 2 零售商个数对不同市场竞争模式及集中决策下供应链成员定价决策及整个供应链利润影响

竞争情况	n	p_{ri}^*	p_m^*	ω^*	π_{ri}^*	π_m^*	π^*
Bertrand 竞争下	1	160.91	137.27	128.18	15471	38995	54466
	2	104.51	93.44	87.48	7917	19394	35228
	3	77.38	71.04	67.06	4711	11466	25598
	4	61.61	57.54	54.75	3072	7469	19755
	5	51.37	48.56	46.51	2129	5181	15826
Stackelberg 竞争下	1	164.51	120.05	116.01	12352	40361	52714
	2	105.64	83.05	83.83	7209	20174	34592
	3	77.91	64.59	65.54	4469	11894	25299
	4	61.91	53.27	53.98	2967	7722	19590
	5	51.56	45.56	46.07	2077	5342	15725
集中决策下	1	130.00	130.00	–	–	–	57600
	2	88.33	88.33	–	–	–	36817
	3	67.50	67.50	–	–	–	26450
	4	55.00	55.00	–	–	–	20250
	5	46.67	46.67	–	–	–	16133

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

从表 2 可以看到，Bertrand 竞争、Stackelberg 竞争及集中决策下传统零售渠道及直销渠道下最优零售价格、制造商最优批量价格、零售商最大利润、制造商最大利润、供应链成员及整个供应链的最大利润都随零售商个数增加而减小，且整个供应链利润恒满足 $\pi^I > \pi^b > \pi^s$，零售价格恒满足 $p_{ri}^s > p_{ri}^b > p_m^b > p_{ri}^I = p_m^I > p_m^s$。对比 Bertrand 竞争及 Stackelberg 竞争下供应链利润，发现后者竞争下制造商最大利润大于前者，而零售商最大利润小于前者。根据以上数值分析，可得以下结论:

(1) 对供应链成员利润及整个供应链利润而言，集中决策下整个供应链利润最大，Stackelberg 竞争下整个供应链利润最小，Bertrand 竞争下整个供应链利润处于两者之间; Stackelberg 竞争下制造商利润比 Bertrand 竞争下的大，而零售商利润小于前者，这是由制造商领导作用所决定。

(2) 对传统零售渠道及直销渠道下零售价格而言，Bertrand 竞争、Stackelberg 竞争及集中决策下均有: 零售渠道下零售价格大于直销渠道下的，Stackelberg 竞争下，零售渠道下零售价格最大、直销渠道下零售价格最小; 集中决策下，零售渠道下零售价格最小。

(3) 对传统零售渠道下批量价格而言，Stackelberg 竞争下制造商批量价格比 Bertrand 竞争下的小。

(4) 对于零售商个数而言，零售商越多对供应链越不利，即零售商越多，供应链成员及整个供应链的利润均越小，这是由供应链成员定价决策所决定。

(5) 对于客户对零售价格敏感度而言，客户对零售价格越敏感，对供应链越不利，这是由于整个供应链及成员的利润随客户对零售价格的敏感度增加而减少。

5　结束语

针对市场竞争模式，即 Bertrand 竞争、Stackelberg 竞争及集中决策情况，多竞争供应链成员如何做出最优定价策略是管理学所研究的热点。以单制造商与多竞争零售商组成的双渠道供应链为研究对象，探讨不同博弈框架及集中决策下多竞争双渠道供应链成员最优定价决策，分析并比较不同市场竞争模式及集中决策下决策均衡解，给出一些管理理论与见解。

首先，在 Bertrand 竞争下构建了博弈模型，运用两阶段优化技术进行决策分析，通过博弈论及矩阵论知识进行求解，获得了该竞争模式下成员最优零售价格均衡解、制造商最优批量价格，并发现: 直销渠道及零售渠道下最优零售价格均与批量价格、市场潜在需求率、直销渠道及零售渠道下成本呈线性相关性; 最优零售价格关于批量价格、市场潜在需求率、直销渠道下产品成本单调递增，关于零售渠道下产品成本单调递减; 制造商最优批量价格与产品成本呈线性相关性。

其次，在 Stackelberg 竞争及 Stackelberg-制造商框架下建立了优化决策模型，并获得供应链成员最优零售价格均衡解、制造商最优批量价格，发现定价决策解析表达式与 Bertrand 竞争下类似，但不同之处是制造商的直销价格关于直销渠道下产品成本变化率恒为 0.5。

再次，获得了集中决策下供应链成员最优定价决策的均衡解。并发现: 直销渠道下产品最优零售价格的均衡解与市场潜在需求率、直销渠道及零售渠道下产品成本呈线性相关性，且制造商最优直销价格关于直销渠道下产品成本的变化率为 0.5，而是否与零售渠道下产品成本相关取决于价格敏感度; 零售渠道下产品最优零售价格的均衡解与市场潜在需求率、零售渠道下产品成本呈线性相关性，而与直销渠道下产品成本无关。

最后，运用数值实验比较不同市场竞争模式及集中决策下竞争成员最优决策，发现集中决策下整个供应链利润最大，Stackelberg 竞争下整个供应链利润最小、制造商利润比 Bertrand 竞争下的大、而多竞争零售商利润比 Bertrand 竞争下的小、零售渠道下零售价格最大、直销渠道下零售价格最小。同时发现: Bertrand 竞争、Stackelberg 竞争及集中决策下整个供应链及成员利润随零售商个数、价格敏感度增加而减小。并给出一些管理见解，供应链成员越多、客户对价格越敏感、零售商在价格方面竞争越激烈对供应链越不利，同时，Stackelberg 竞争对制造商有利而对整个供应链不利等。以上理论及性质为供应链管理者制定合理定价决策提供了理论依据与实际管理价值。

参考文献:

[1] Chiang W K, Chhajed D, Hess J D. Direct marketing, indirect profits: a strategic analysis of dual-channel supply-Chain design [J]. Management science, 2003, 49 (1) : 1-20.

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

[2] 杨浩雄,王丹,胡静. B2C 模式下双渠道供应链定价策略研究[J]. 数学的实践与认识,2015,45(01):18-33.

[3] Dan B, Xu G, Liu C. Pricing policies in a dual-channel supply Chain with retail services[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 139(01): 312-320.

[4] Huang S, Yang C, Zhang X. Pricing and production decisions in dual-channel supply chains with demand disruptions[J]. Computers & Industrial Engineering, 2012, 62(01): 70-83.

[5] Li B, Zhu M, Jiang Y, et al. Pricing policies of a competitive dual-channel green supply Chain[J]. Journal of Cleaner Production, 2016, 112: 2029-2042.

[6] 黄松,杨超,杨珺. 需求和成本同时扰动下双渠道供应链定价与生产决策[J]. 系统工程理论与实践,2014,34(05):1219-1229.

[7] 王虹,周晶,孙玉玲. 竞争环境下双渠道供应链的决策与协调研究[J]. 运筹与管理,2011,20(01):35-40.

[8] Huang S, Yang C, Liu H. Pricing and production decisions in a dual-channel supply Chain when production costs are disrupted[J]. Economic Modelling, 2013, 30: 521-538.

[9] 陈云,王浣尘,沈惠璋. 电子商务零售商与传统零售商的价格竞争研究[J]. 系统工程理论与实践,2006,26(1):35-41.

[10] Xiao T, Shi J J. Pricing and supply priority in a dual-channel supply Chain[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 254(3): 813-823.

[11] 许传永,苟清龙,周垂日等. 两层双渠道供应链的定价问题[J]. 系统工程理论与实践,2010,30(10):1741-1752.

[12] David A, Adida E. Competition and coordination in a two-channel supply Chain[J]. Production and Operations Management, 2015, 24(8): 1358-1370.

[13] Hsieh C C, Chang Y L, Wu C H. Competitive pricing and ordering decisions in a multiple-channel supply Chain[J]. International Journal of Production Economics, 2014, 154: 156-165.

[14] Wu C H, Chen C W, Hsieh C C. Competitive pricing decisions in a two-echelon supply chain with horizontal and vertical competition[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 135(1): 265-274.

[15] Bernstein F, Federgruen A. Decentralized supply chains with competing retailers under demand uncertainty[J]. Management Science, 2005, 51(1): 18-29.

[16] 张克勇,周国华. 零售商竞争环境下闭环供应链定价策略分析[J]. 运筹与管理,2008,17(6):44-49.

[17] 高晓敏,刘志学,左晓露. 随机需求下竞争零售商的定价策略研究[J]. 运筹与管理,2016,25(1):133-144.

[18] Mahmoodi A, Eshghi K. Price competition in duopoly supply chains with stochastic demand[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2014, 33(4): 604-612.

[19] Adida E, DeMiguel V. Supply chain competition with multiple manufacturers and retailers[J]. Operations Research, 2011, 59(1): 156-172.

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

View publication stats