基于遗传算法的微机电系统鲁棒性优化设计*

江长凡[1)] 杨开英[1)] 王 攀[1)] 范 禛[2)] 韩 明[1)]
(

最后把问题转化成与量度无关的形式为[3]：

$$\min \frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f})^2} + \frac{1}{\bar{f}^2}(\Delta_2 f(x,0)) \sum \Delta_2^T f(x,0))) \quad subject \quad to \quad g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \ldots, n \tag{6}$$

(6) 式的前半部分度量对目标值背离的程度，后半部分度量对不确定性 δ的敏感度，侧重不同设计要求的选择，可以给误差的组合加上相应权重，则式(6) 改写为：

$$\min(\lambda_1 \frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f}^2} + \lambda_2 \frac{1}{\bar{f}^2}(\Delta_2 f(x,0) \sum \Delta_2^T f(x,0))) \quad subject \quad to \quad g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \ldots, n \tag{7}$$

设计的目标是最小化表达式(7) 的值。

3 基于遗传算法的鲁棒性设计解决方案

遗传算法是模拟生物进化的计算模型，通过选择、交叉、变异遗传算子实现全局的优化遗传算法的实现中，主要解决的问题有：(1) 编码方式；(2) 初始种群的产生；(3) 约束的处理；(4) 适应度函数的选择等。编码方式的选择对于实际问题，一般选择实数编码形式。本文中的约束处理是摈弃不满足约束的解。以下主要讨论其他的两个问题。

初始种群的产生：(1) 如果设计变量的范围以 $a_{\min} \leq v \leq a_{\max}$ 这种形式给出，即上下界都以给定，那么初始化种群在变量限定区间随机的产生，以保证种群的多样性要求。(2) 如果设计变量的范围以 $a_{\min} \leq v$ 给出，或者变量范围之间有强的相互依赖关系(如函数依赖)，要随机产生种群有所困难；或者是约束条件很严，随机产生种群耗时难以忍受，对此提出了选取满足约束空间的若干个内点 V 和一个距离度量 d，并以此为基础来产生初始种群，可以通过调节 d，来控制种群多样性。对于非连续约束空间优化问题，内点的选取应分布在不同的约束空间。

适应度函数的选取：适应度函数是目标函数的某种变形，把最小问题转化为最大问题以便于遗传算子的操作。通常这种转换的方式为

$F(x) = C - F_{obj}$，其中 F_{obj} 为目标函数值

对于(7) 式的目标函数来说，目标函数值变化范围很大，如果采用上述方式合适的常数 C 的选取非常困难。为此提出了指数形式的适应度函数。

$F(x) = a * e^{-Fobj} + b$，其中 F_{obj} 为目标函数值

基于上述的讨论，求解算法步骤描述为：

(1) 把最小化问题转化成最大化问题，采用指数形式表示，适应度函数表示为：

$$F(x) = e^{-(\lambda_1 \frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f}^2} + \lambda_2 \frac{1}{\bar{f}^2}(\Delta_2 f(x,0) \sum \Delta_2^T f(x,0)))}$$

(2) 初始化种群：在约束空间集合中选取一个内点 V_0 和一个大的整数 M_0。在 R^n 中随机的选取一个方向 d。令 $M = M_0$，若 $V_0 + M \circ d$ 可行，即满足设计约束。则令其为新的染色体；否则令 M 为 $(0, M_0)$ 间的随机数，直到 $V_0 + M \circ d$ 可行。重复选取方向 d 直到达到群体规模。

(3) 计算群体中每个个体的适应度值，保存当前代中适应度值最好个体到集合 s。

(4) 选择：采用转轮法选择个体到下一代。

(5) 交叉：采用算术交叉，对于双亲 v_1 和 v_2，交叉产生的后代 v' 和 v'' 分别为

$$\begin{aligned} v' &= c_1 \circ v_1 + c_2 \circ v_2 \\ v'' &= c_2 v_1 + c_1 \circ v_2 \end{aligned} \qquad c_1, c_2 \geq 0 \text{ 且 } c_1 + c_2 = 1$$

如果 v' 和 v'' 不满足约束条件则重新选择 c_1, c_2 直到满足设计约束。

(6) 变异：随机产生变异方向 d，变异后的后代为 $v' = v + M_0 \circ d$，如果不可行则令 M 为 $(0, M_0)$ 之间再产生随机数 M，直到 $v + M \circ d$ 可行为止。

(7) 检查循环结束条件，如果满足结束条件则退出，否则重复执行(3)，(4)，(5)，(6)。

4 双自由度共鸣器的设计

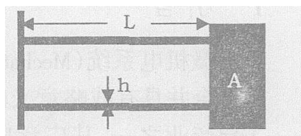

图 1 双自由度共鸣器结构

双自由度共鸣器的结构图如图 1 所示，它由一个质量块 A 和一端固定的两根平行梁组合而成。

设计参数如下：

表 1 设计参数表

设计参数描述	值
A — 质量块面积	$10000 \mu n^2$
t — 质量块与梁的厚度	$2.0 \mu m$
ρ — 硅的密度	$2.3 \times 10^{-12} gm/\mu m^3$
E — 硅的弹性模量	$1.6 \times 10^{8} gm/\mu m^3$
$h_{\min}$ — 最小尺寸	$2.0 \mu m$
$h_{\max}$ — 最大尺寸	$20.0 \mu m$
$L_{\max}$ — 最大梁长度	$500 \mu m$
σ_h, — h 不确定性标准偏差	$0.2 \mu m$

设计目标为：$\bar{f} = w_n^2 = (40\pi \times 10_3 rad/s)^2$

约束要求：$h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$ (1) $10h \leqslant L \leqslant L_{max}$ (2)

系统固有频率 $w_n = \sqrt{K/M}$，其中 $K = 2Eth^3/L^3$ 为两个梁组合刚度，$M = \rho At$ 为质量块的质量，设计

变量为 $x=[h, L]^T$, 存在不确定性时设计变量表示为: $\hat{x}=x+\delta$

定义: $f(x,\delta)=w_n^2=(\frac{2E}{\rho A})\frac{(h+\delta_h)^3}{(L+\delta_L)^3}$, 则式(7)等价为:

$$\min(\lambda_1\frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f}^2}+\frac{1}{\bar{f}^2}\lambda_2(\Delta_x f(x,0)\sum\Delta_x^T f(x,0)))\ \text{st.}\ h_{\min}\le h\le h_{\max}\quad 10h\le L\le L_{\max}$$

其中 $\Delta_f(x,0)=[\frac{6Eh^2}{\rho AL^3}\quad -\frac{6Eh^3}{\rho AL^4}]$, $\sum=\sigma^T\sigma=\begin{bmatrix}\sigma_h^2 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ (其中 $\sigma=[\sigma_h\quad 0]$)

4.1 遗传算法实现

考虑到在算法进行的过程中, 变异更有助于搜索方向的选择, 所以对于参数设置为: $\lambda_1=1$, $\lambda_2=1$, $v_0=[11\quad 300]$, $M_0=9$, 交叉概率 $P_c=0.2$, 变异概率为: $P_m=0.6$, 迭代次数: 1500 代(循环结束条件), 种群大小: $popsize=100$。

使用 Matlab 实现上述算法, 连续运行该算法 5 次, 最终结果最佳的适应值变化曲线如下图所示:

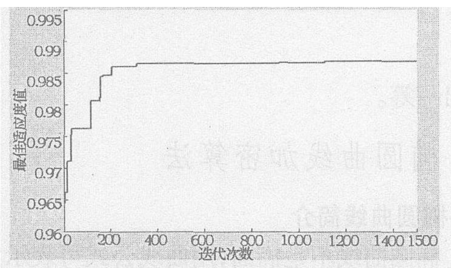

图 2　最终结果最佳的适应值变化曲线

结果为: $x=[5.2066\quad 499.5698]$, 设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.9974\times10^4 Hz$, (6) 式表示的偏差为 0.0133。改变内点 $v_0=[6\quad 300]$, $M_0=5$, 运行算法 1 次, 适应度值的变化曲线为:

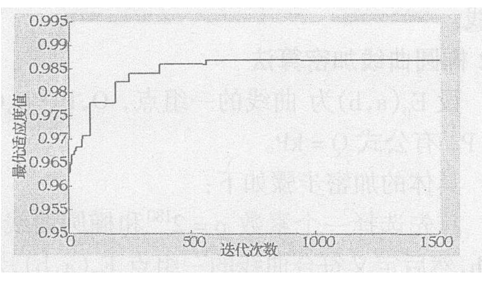

图 3　适应度值变化曲线

结果为: $x=[5.1983\quad 499.8441]$, 设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.9910\times10^4 Hz$, (6) 式表示的偏差为 0.0132。从获得的最终结果来看, 其改变几乎不影响最后实现的结果。参考文献[4] 给出的最优解为: $x=[5.2\quad 500]$, 设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.99\times10^4 Hz$, (6) 式表示的偏差为 1.316×10^{-2}。

4.2 结果分析

在上述实现中, 初始种群的产生是内点的方式来实现的, 若采用随机方式产生初始种群, 算法其他步骤不变, 运行参数不变, 运行算法 1 次, 结果为: $x=[5.1990\quad 499.1786]$, 设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.9954\times10^4 Hz$, (6) 式表示的偏差为 0.0132。从结果上看两者同样有效, 但从运行耗时上看, 对于强约束问题内点法明显有优势; 对于 P_m 的选择, 由于最后实现结果是通过从代最优个体集中选取的, 所以增加变异概率有助于搜索方向的选择, 但增加变异概率的同时会增加耗时, 经过反复测试, P_m 取 0.6 为宜; 一般来说 λ_1/λ_2 取值为 1, 但对于不同的设计侧重点 λ_1, λ_2 可取不同的权重值, 当强调设计目标时 λ_1/λ_2 取[5, 10] [5, 10] 之间数为宜。相反强调降低敏感性时 λ_2/λ_1 取[2, 4] 之间为宜, 这样既保证最大限度地满足设计要求, 同时最大地降低敏感度。

5　小结

遗传算法的全局搜索能力使得其广泛应用于优化设计问题上, 本文把遗传算法用于微机电系统的鲁棒性优化设计, 分析了鲁棒性设计的数学模型的建立, 以及遗传算法求解此类问题的算法设计, 并通过具体的设计实例说明参数的选择。本文使用遗传算法为微机电系统的优化设计提供了新的参考与借鉴。

参 考 文 献

[1] [日] 玄光男, 程润伟著, 汪定伟, 唐加福, 黄敏译. 遗传算法与工程优化[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 168～190

[2] (美)徐泰然著, 王晓浩, 周兆英译. MEM 和微系统——设计与制造[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003: 16～30

[3] Peter Josef Sedivec. Robust Optimization Design in MEMS [C]. Berkeley Center for Control and Identification, 2002, 12