



# 面向不平衡优化问题的进化算法研究 及其在减速器设计中应用

答辩学生：杨知

指导老师：唐雅娟、范衡

专业：电子与通信工程

答辩时间：2021年5月30日



# Content



约束多目标  
进化算法的  
研究及应用

研究背景

M2M-IEpsilon

实验研究

工程应用

总结与展望

约束多目标  
进化算法的  
研究及应用

## 研究背景

# 1. 研究背景

- 约束多目标优化问题(CMOPs)三要素：目标函数、约束条件、决策变量。

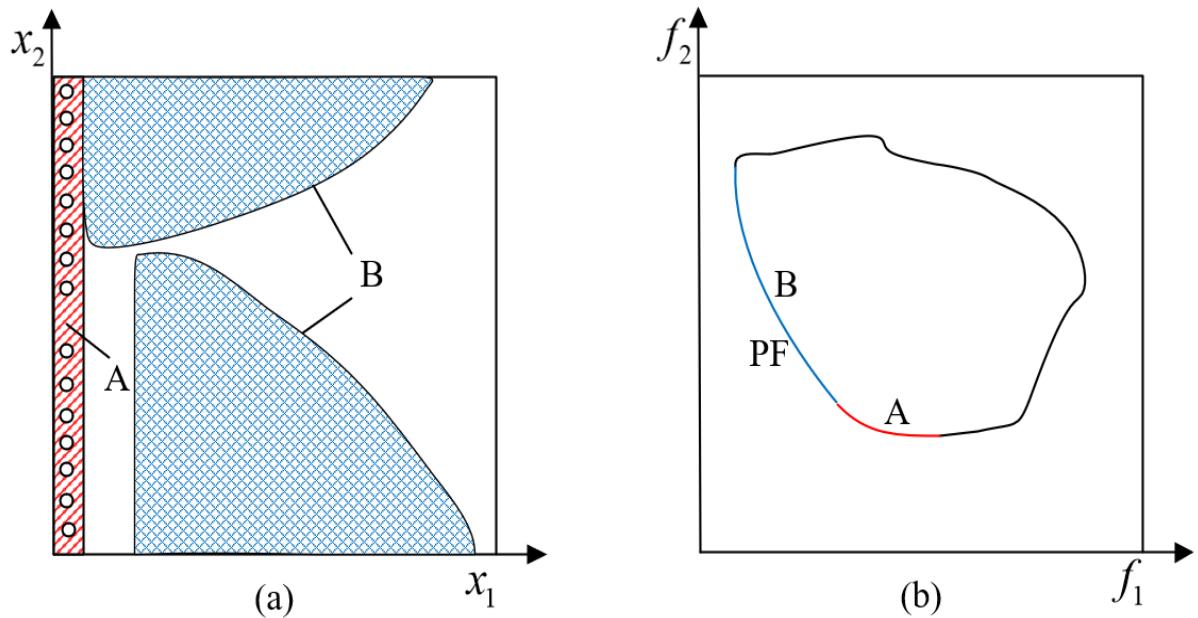


图1-1 不平衡搜索空间示例

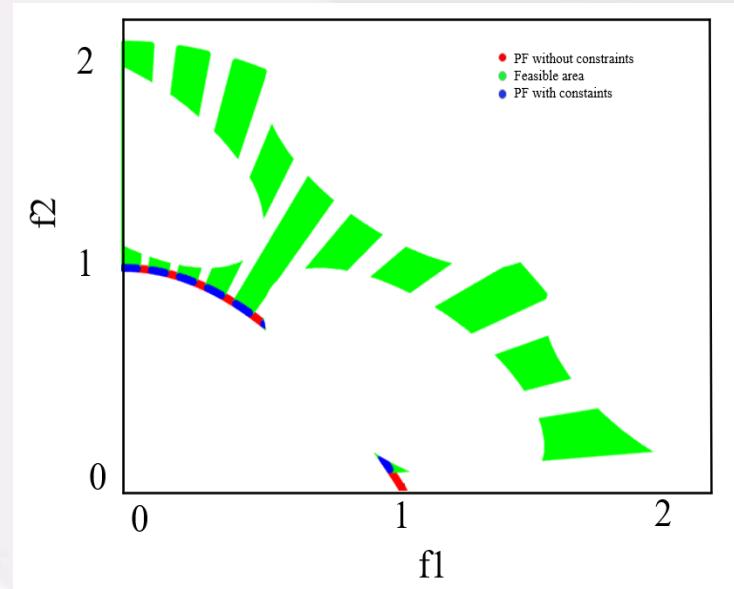


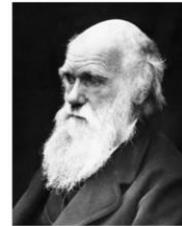
图1-2 约束具有多样性困难和收敛性困难的CMOP示例

- 在一些实际的优化问题中，目标是不平衡的，通常含有一系列的约束。关注解决目标不平衡且约束同时具有多样性困难和收敛性困难的约束多目标优化问题具有重要现实意义。

# 1. 研究背景

- 进化算法是受自然界的进化和自适应机制的启发而发展起来的一种计算模型。

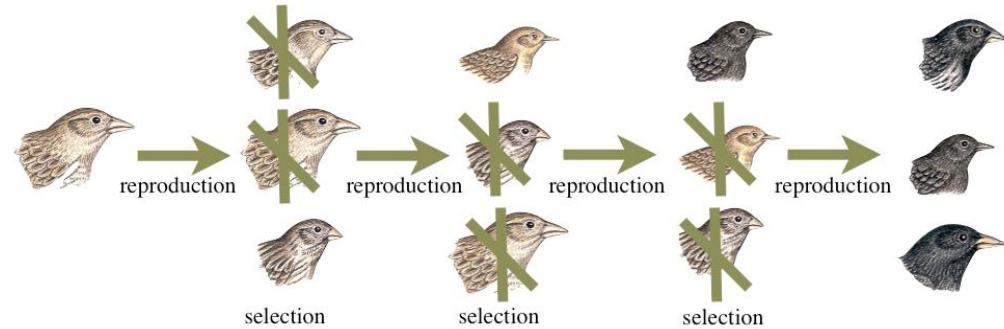
## Biological evolution



Charles Darwin  
1809-1882

C. Darwin, after collecting abundant evidence, developed a theory about how species evolve.

### reproduction with variation + nature selection



- 具备高鲁棒性、自组织、自适应以及全局最优搜索能力的特征，广泛用于多目标优化问题的求解。

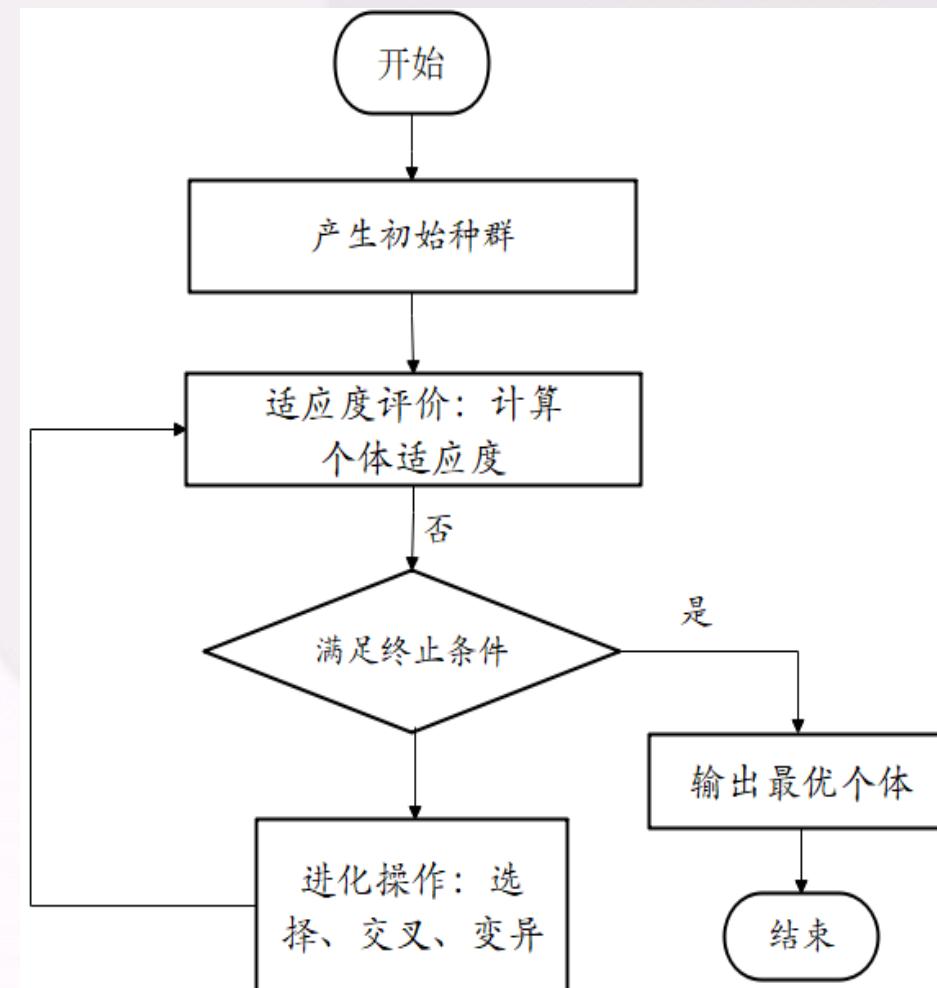
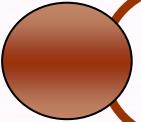


图1-3 遗传算法流程图

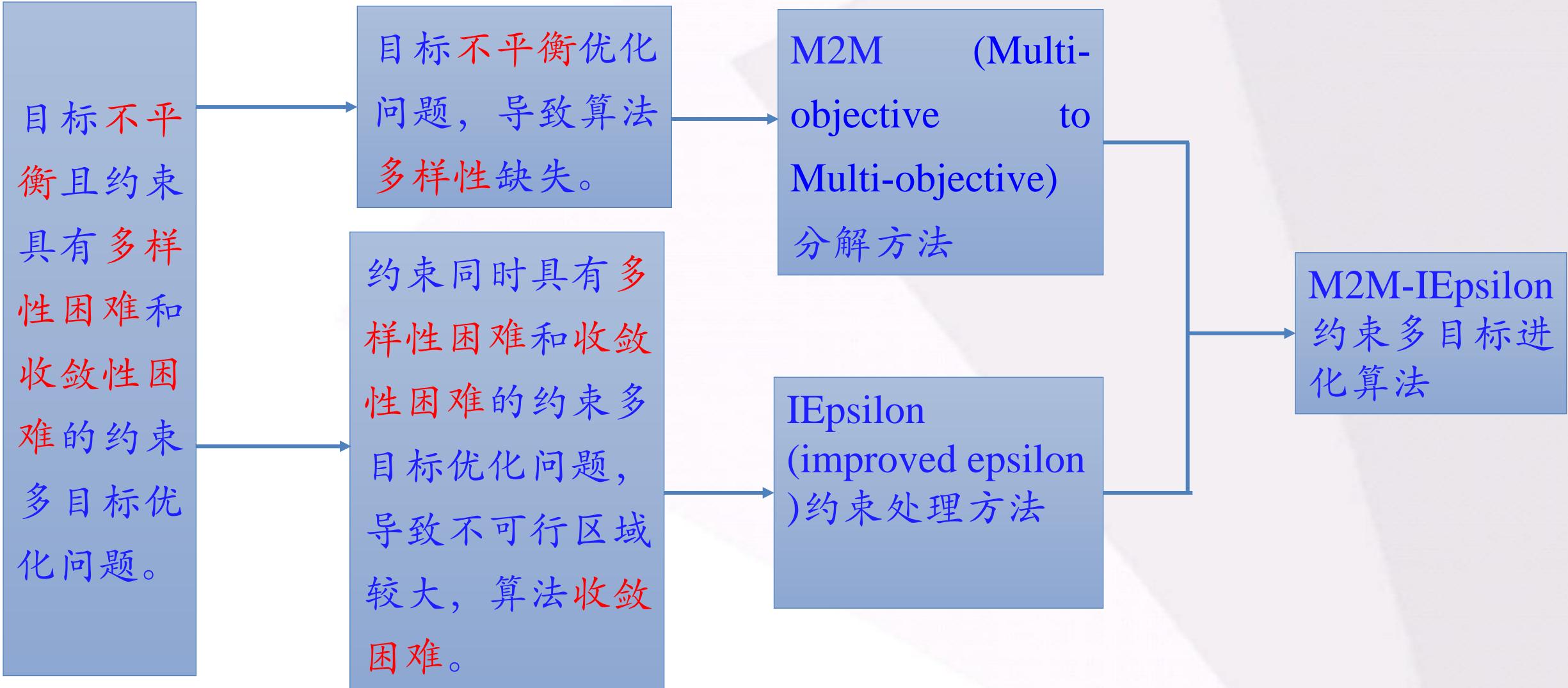
约束多目标  
进化算法的  
研究及应用



M2M-IEpsilon



## 2. M2M-IEpsilon





## 2. M2M-II Epsilon

### ➤ M2M(Multi-objective to Multi-objective)分解方法框架的思想

- 将一个多目标优化问题按照方向向量分解成一组简单的多目标优化子问题。
- 这些子问题以协作的方式被解决，帮助处理不平衡目标函数，有助于维持工作种群的多样性。

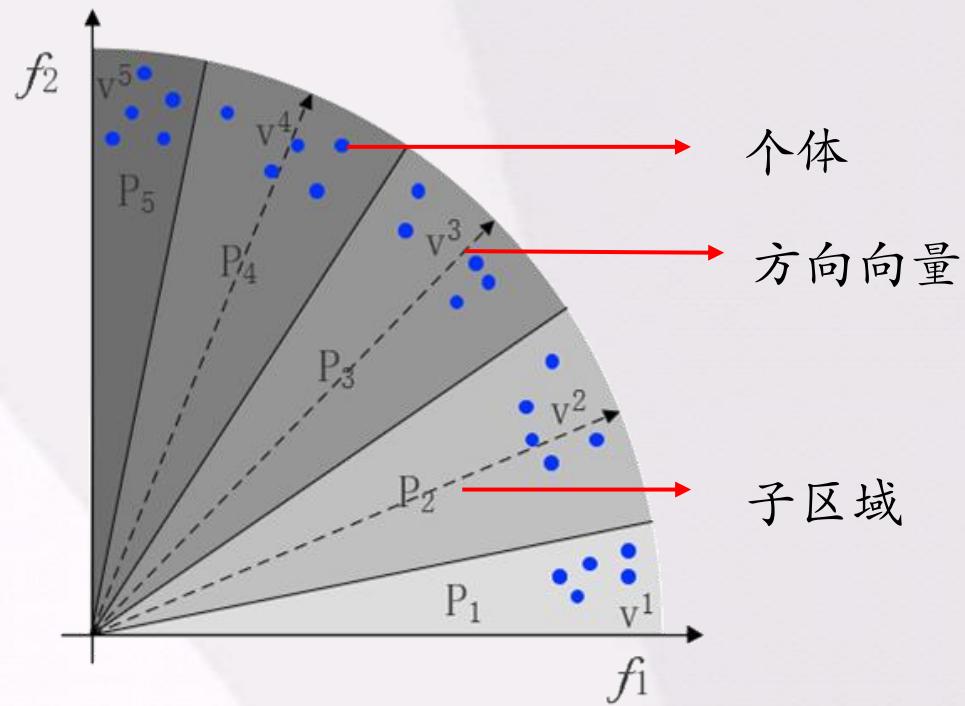


图2-1 M2M 分解方法

$$P_j = \{u \in \mathbf{R}_+^m | \langle u, v^j \rangle \leq \langle u, v^i \rangle \text{ for any } i = 1, \dots, J\}$$



## 2. M2M-II Epsilon

### ➤ 改进的Epsilon(improved epsilon)约束处理方法的思想

- 根据可行解在当前种群中的比例动态调整约束违反的松弛，帮助种群跨越较大的不可行区域，在探索可行区域和不可行区域之间保持良好的平衡，解决约束同时具有收敛性困难和多样性困难的CMOPs。

$$\varepsilon(k) = \begin{cases} \text{rule 1: } \phi(x^\theta), & \text{if } k = 0 \\ \text{rule 2: } (1 - \tau)\varepsilon(k - 1), & \text{if } r_k < \alpha \text{ and } k < T_c \\ \text{rule 3: } (1 + \tau)\phi_{max}, & \text{if } r_k \geq \alpha \text{ and } k < T_c \\ \text{rule 4: } 0, & \text{if } k \geq T_c \end{cases}$$

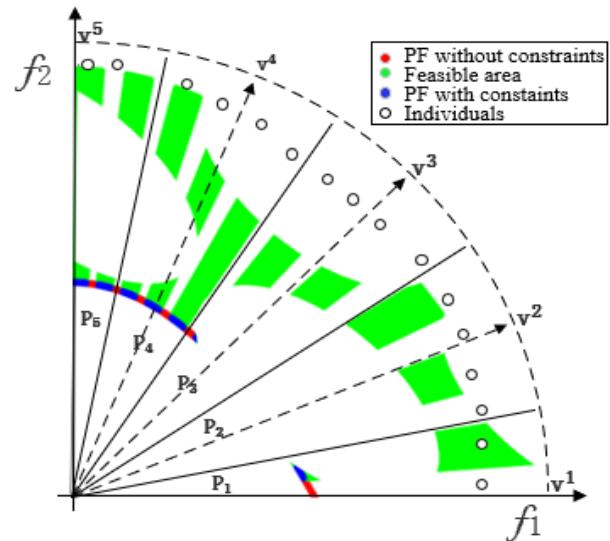
加强可行区域的搜索  
加强不可行区域的搜索

## 2. M2M-IEpsilon

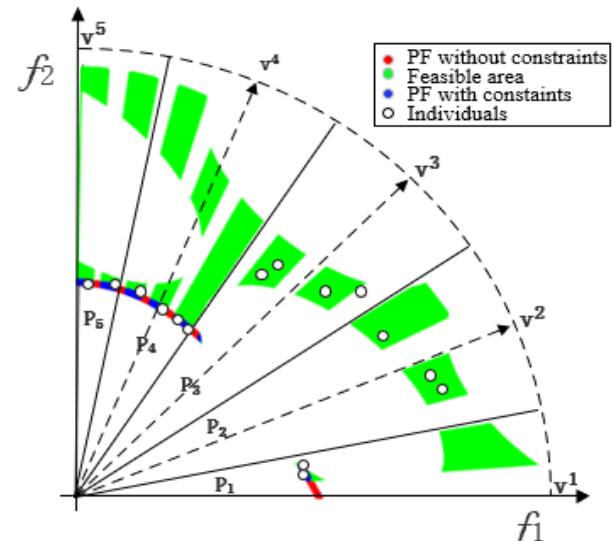


### ➤ IEpsilon约束处理方法嵌入M2M

- 试图组合两者来解决目标不平衡且约束同时具有多样性困难和收敛性困难的约束多目标优化问题(CMOPs)。



(a)



(b)

图2-2 M2M-IEpsilon方法搜索过程示例

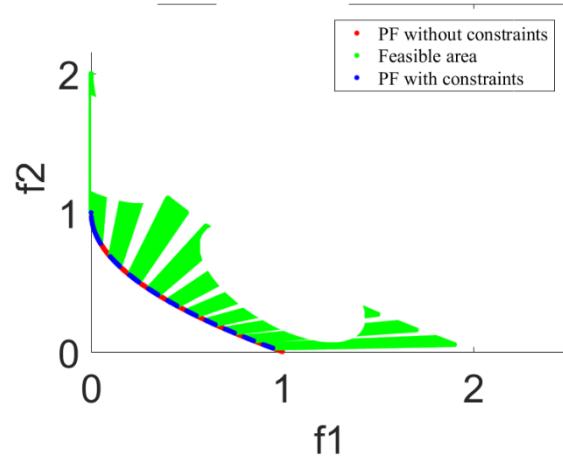


## 2. M2M-IIEpsilon

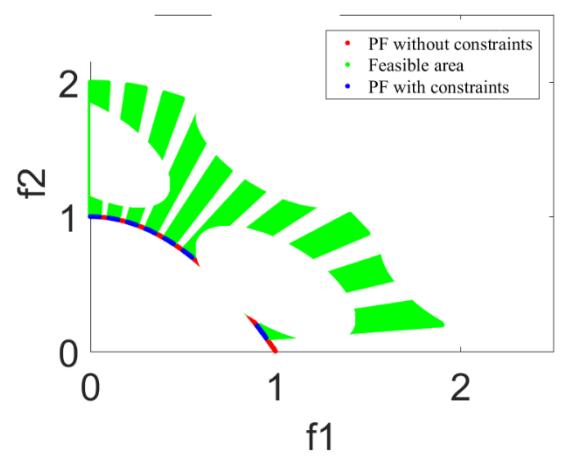
### ➤ 测试函数设计

- 实际问题的复杂和多变性，现有的CMOPs往往只单独关注目标或者约束等单一性方面的难度，而没有综合去考虑目标空间的复杂性和约束阻碍算法接近帕累托前沿(PF)的影响。
- 为了验证M2M-IIEpsilon的有效性，设计了一组新的目标不平衡且约束同时具有多样性困难和收敛性困难的约束多目标优化问题，称为**ICD-CMOPs**。

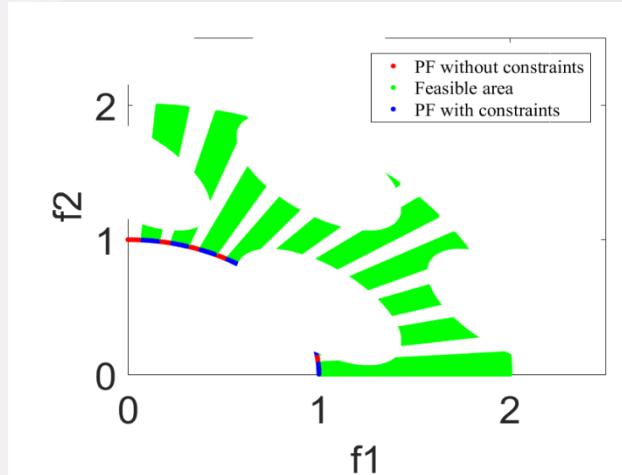
## 2. M2M-IEpsilon



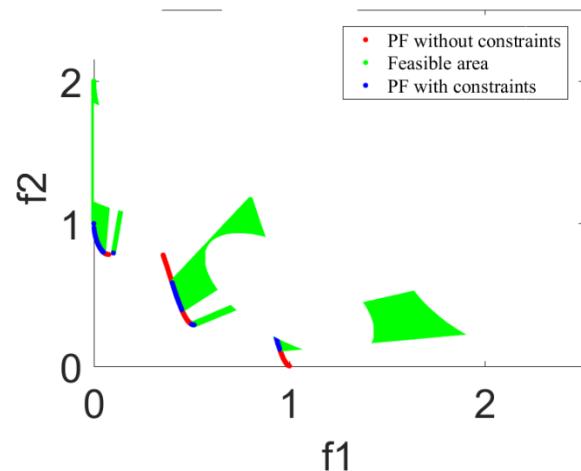
(a) ICD-CMOP1



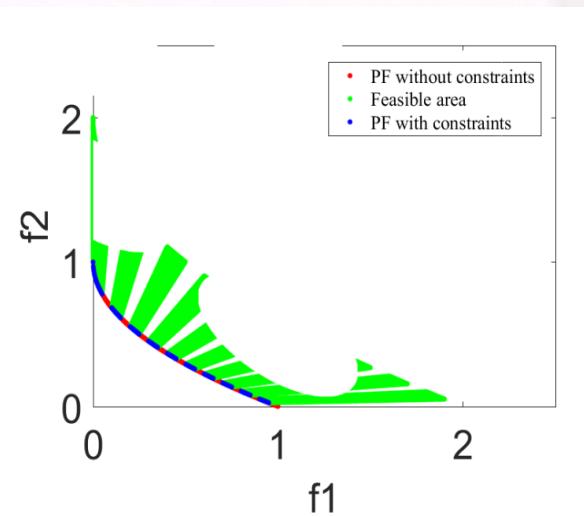
(b) ICD-CMOP2



(c) ICD-CMOP3



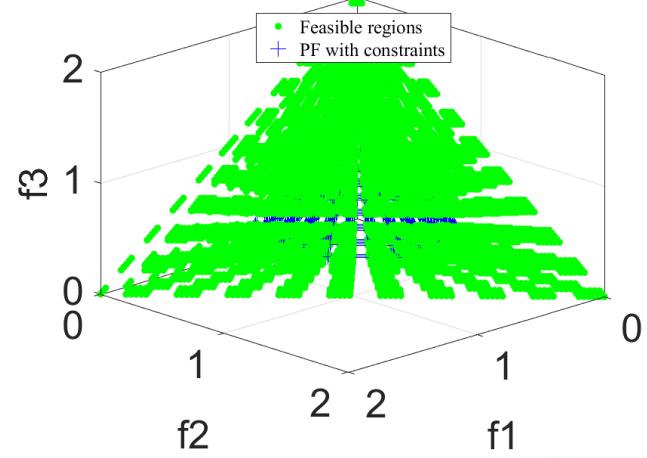
(d) ICD-CMOP4



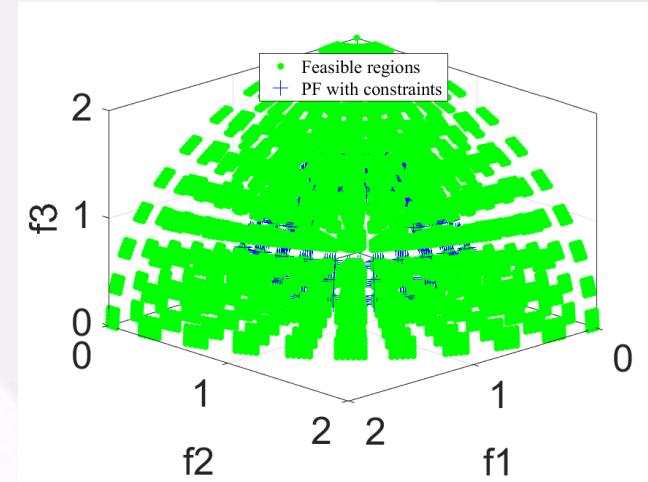
(e) ICD-CMOP5

图2-3 目标空间上测试问题ICD-CMOP1-5可行区域、无约束PF、有约束PF的分布情况

## 2. M2M-IEpsilon



(a) ICD-CMOP6



(b) ICD-CMOP7

续图2-3 目标空间上测试问题ICD-CMOP6-7可行区域、无约束PF、有约束PF的分布情况

约束多目标  
进化算法的  
研究和应用

实验研究



### 3. 实验研究

#### ➤ 比较算法

为了对所提出算法M2M-II $\epsilon$ 的性能进行有效评估，采用了其余6种先进的约束多目标进化算法(CMOEAs)进行算法实验对比。

- CM2M[Liu et al. , 2016]
- CM2M2[Peng et al., 2017]
- NSGA-II-CDP[Deb et al. , 2002]
- MOEA/D-CDP [Jan and Khanum, 2013]
- PPS-MOEA/D [Fan et al., 2013]
- MOEA/D-II $\epsilon$  [Fan et al., 2017]

表3-1M2M-IEpsilon与其他6种算法在ICD-CMOP1-7上的IGD实验结果，M2M-IEpsilon和其他6种CMOEAs之间在0.05显著性水平下的Wilcoxon秩和检验结果也用来评估算法的性能，†和‡表示对应算法的性能分别明显低于或优于M2M-IEpsilon，‘S-D-I’分别表示M2M-IEpsilon优于、无显著差异或劣于相应的比较CMOEAs。

Test instances		M2M-IEpsilon	CM2M	CM2M2	NSGA-II-CDP	MOEA/D-CDP	PPS-MOEA/D	MOEA/D-IEpsilon
1	mean	<b>1.864E-02</b>	8.498E-02†	1.486E-01†	3.231E-01†	3.116E-01†	2.972E-01†	2.622E-01†
	std	3.435E-03	3.062E-02	3.275E-02	1.288E-02	4.874E-02	6.516E-02	7.197E-02
2	mean	<b>1.206E-01</b>	2.262E-01†	1.472E-01	3.085E-01†	2.730E-01†	2.648E-01†	2.662E-01†
	std	8.591E-02	6.088E-02	6.211E-02	2.563E-02	7.499E-03	5.664E-03	1.599E-02
3	mean	<b>2.045E-01</b>	3.224E-01†	3.984E-01†	8.539E-01†	4.846E-01†	6.365E-01†	4.438E-01†
	std	8.403E-02	8.045E-02	6.471E-02	8.117E-02	9.174E-02	1.847E-01	9.821E-02
4	mean	<b>2.156E-02</b>	2.139E-01†	8.499E-02†	3.335E-01†	2.855E-01†	2.861E-01†	2.856E-01†
	std	5.175E-02	7.353E-02	6.053E-02	2.387E-02	1.496E-02	1.216E-02	4.306E-02
5	mean	<b>4.991E-02</b>	1.272E-01†	1.713E-01†	2.931E-01†	3.241E-01†	3.093E-01†	2.840E-01†
	std	2.054E-02	2.968E-02	2.306E-02	4.749E-02	4.252E-03	1.437E-02	4.158E-02
6	mean	3.920E-01	4.110E-01	<b>3.149E-01†</b>	8.050E-01†	7.178E-01†	3.517E-01	7.258E-01†
	std	1.192E-01	1.182E-01	1.016E-02	9.639E-03	1.550E-02	4.736E-02	2.651E-02
7	mean	4.917E-01	5.442E-01†	5.350E-01†	7.466E-01†	7.190E-01†	<b>4.000E-01†</b>	7.242E-01†
	std	2.782E-02	4.888E-02	2.516E-02	6.895E-03	9.527E-03	5.559E-02	6.622E-03
Wilcoxon-Test(S-D-I)			6-1-0	6-1-0	7-0-0	7-0-0	6-1-0	7-0-0

表3-2M2M-IEpsilon与其他6种算法在ICD-CMOP1-7上的HV实验结果M2M-IEpsilon和其他6种CMOEAs之间在0.05显著性水平下的Wilcoxon秩和检验结果也用来评估算法的性能，†和‡表示对应算法的性能分别明显低于或优于M2M-IEpsilon，‘S-D-I’分别表示M2M-IEpsilon优于、无显著差异或劣于相应的比较CMOEAs。

Test instances		M2M-IEpsilon	CM2M	CM2M2	NSGA-II-CDP	MOEA/D-CDP	PPS-MOEA/D	MOEA/D-IEpsilon
1	mean	<b>9.921E-01</b>	9.136E-01†	8.560E-01†	5.214E-01†	5.508E-01†	5.643E-01†	6.212E-01†
	std	4.339E-03	3.881E-02	1.966E-02	2.464E-02	8.769E-02	1.151E-01	1.325E-01
2	mean	<b>4.983E-01</b>	4.367E-01†	4.315E-01†	2.602E-01†	3.769E-01†	3.844E-01†	3.662E-01†
	std	5.057E-02	3.027E-02	3.351E-02	5.458E-02	1.931E-02	1.236E-02†	4.243E-02
3	mean	<b>3.659E-01</b>	2.837E-01†	2.546E-01†	2.393E-01†	2.457E-01†	2.541E-01	2.393E-01†
	std	7.724E-02	6.309E-02	2.825E-02	8.469E-17	2.587E-02	4.047E-02†	8.469E-17
4	mean	<b>8.152E-01</b>	5.844E-01†	7.245E-01†	4.131E-01†	5.108E-01†	5.037E-01	4.782E-01†
	std	6.995E-02	6.767E-02	8.048E-02	3.134E-02	1.676E-02	1.044E-02†	5.834E-02
5	mean	<b>9.472E-01</b>	8.215E-01†	8.064E-01†	6.138E-01†	5.805E-01†	5.879E-01	6.063E-01†
	std	2.353E-02	4.121E-02	1.974E-02	5.995E-02	0.000E+00	7.503E-03	5.754E-02
6	mean	<b>1.899E-01</b>	1.728E-01†	2.058E-01	7.089E-03†	8.987E-03†	<b>4.551E-01</b>	1.123E-02†
	std	6.173E-02	5.808E-02	9.262E-03	7.495E-04	3.959E-03	3.631E-02	1.117E-02
7	mean	3.224E-01	2.587E-01†	2.379E-01†	1.410E-01†	1.836E-01†	<b>5.610E-01</b>	1.754E-01†
	std	3.325E-02	3.566E-02	2.841E-02	6.999E-03	8.906E-03	3.240E-02	7.550E-03
Wilcoxon-Test(S-D-I)			7-0-0	6-1-0	7-0-0	7-0-0	5-2-0	7-0-0



### 3. 实验研究

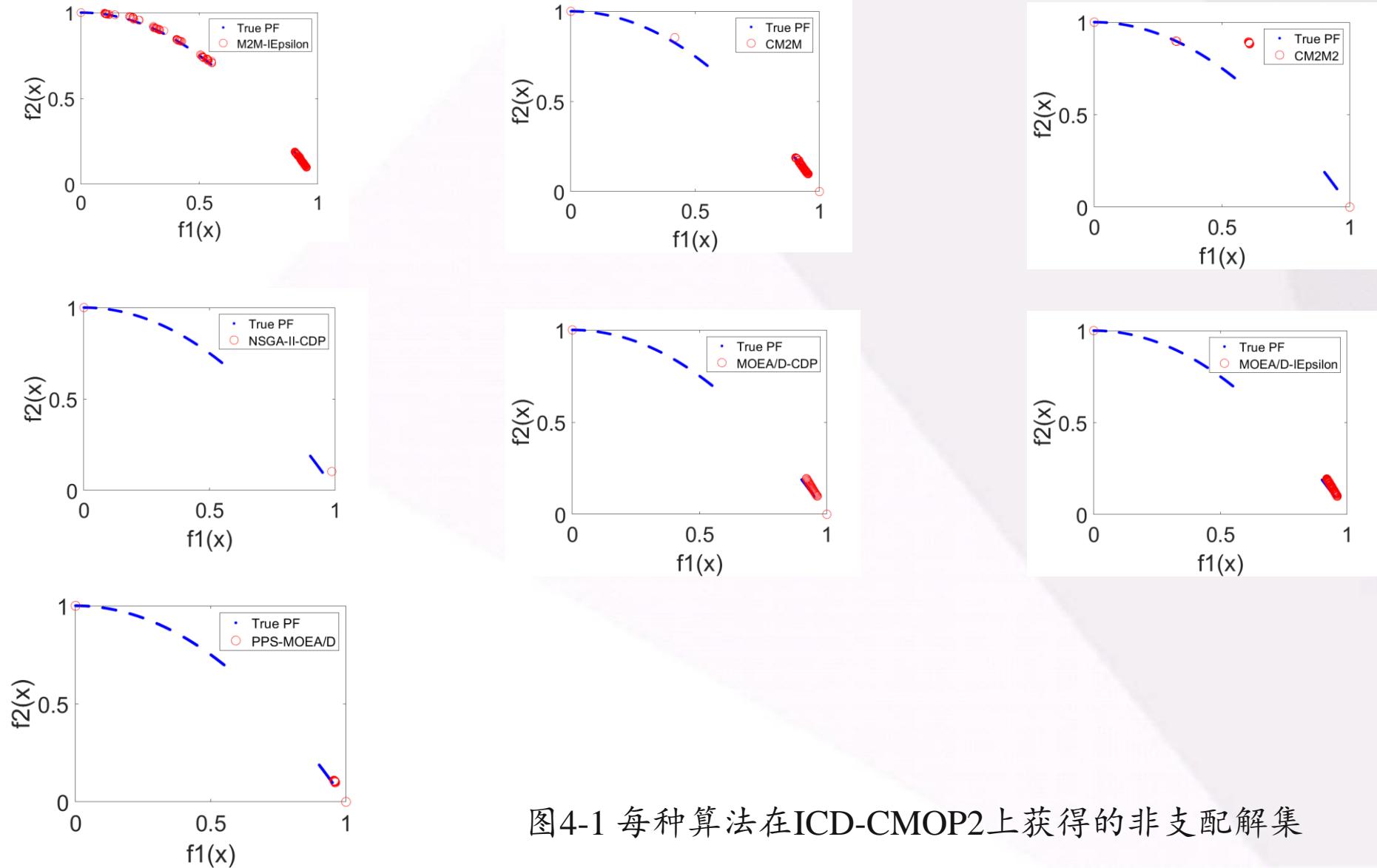


图4-1 每种算法在ICD-CMOP2上获得的非支配解集

### 3. 实验研究

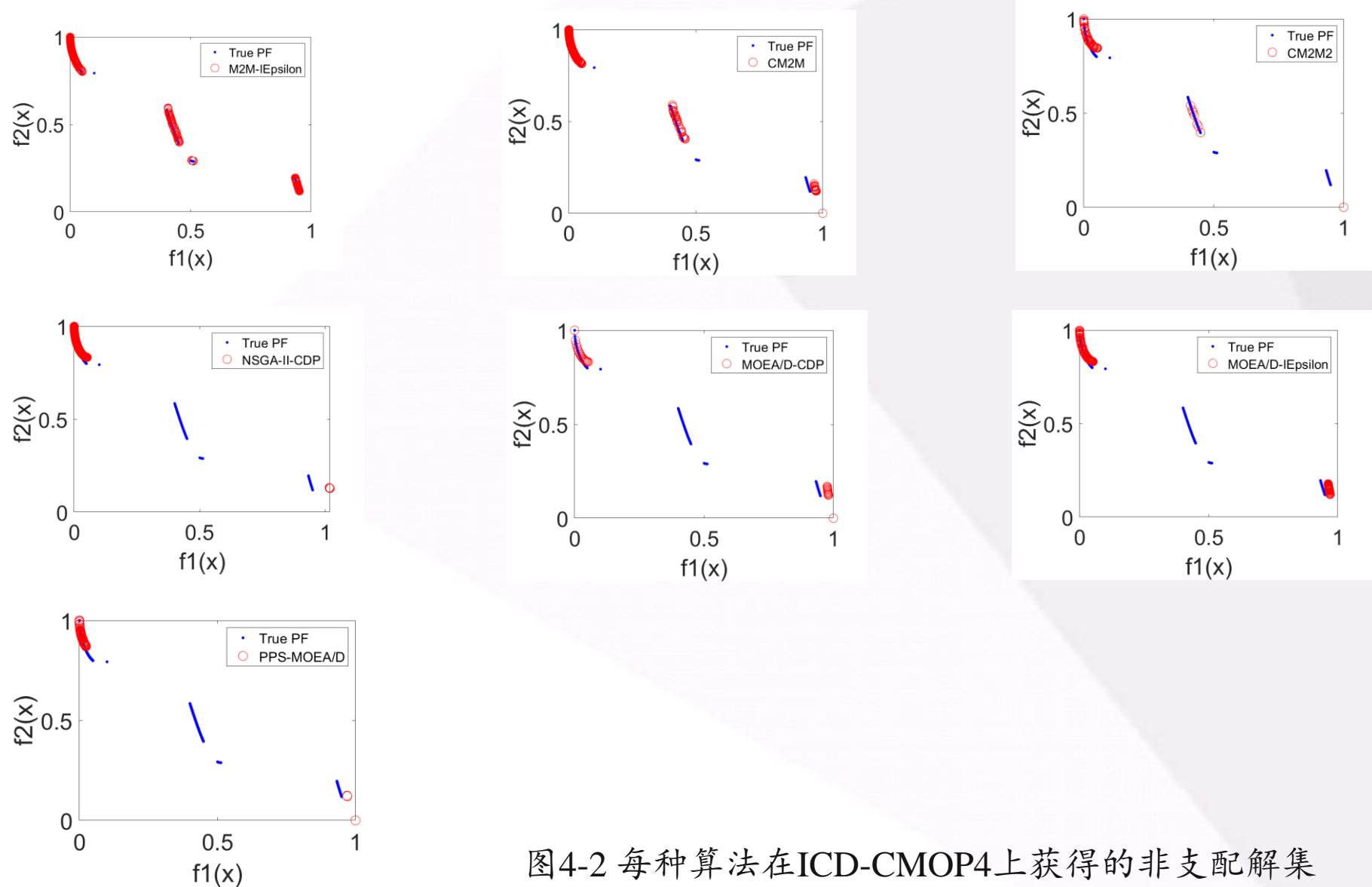


图4-2 每种算法在ICD-CMOP4上获得的非支配解集

约束多目标  
进化算法的  
研究与应用

工程应用

## 4. 实验研究

### ➤ 减速器设计

- 为了进一步揭示M2M-IEpsilon在现实问题中的适用性，选择减速器设计这一广泛使用的工程优化问题进行了测试。包括了7个连续决策变量和11个不等式约束。该问题的目标是同时优化齿轮组的重量和轴的轴向变形。

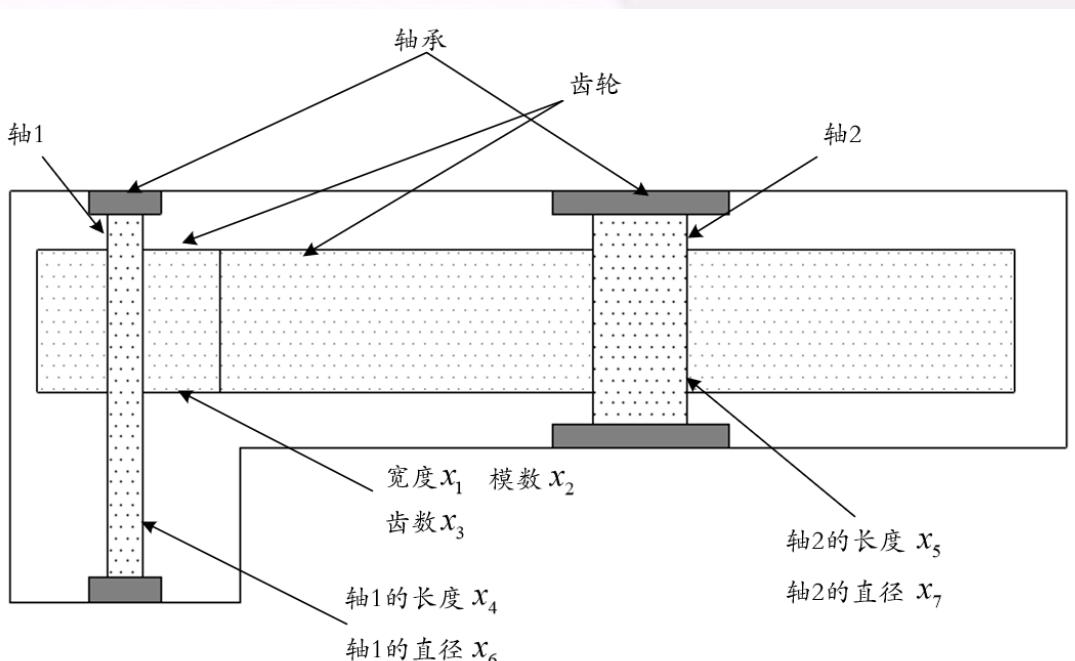


图5-1 减速器设计问题



## 4. 实验研究

表5-1减速器设计问题上HV和IGD的均值（Mean）和标准差（Std）比较结果

Algorithm	HV		IGD	
	Mean	Std	Mean	Std
M2M-IEpsilon	<b>4.2384E-01</b>	3.6341E-05	<b>4.1359E-03</b>	5.5564E-04
CM2M	4.2380E-01	4.1669E-05	4.8435E-03	8.1076E-04
CM2M2	4.2250E-01	6.7143E-04	6.2048E-02	3.0149E-02
NSGA-II-CDP	4.1013E-01	1.6709E-03	9.7069E-02	1.7559E-02
MOEA/D-CDP	4.2326E-01	4.9215E-05	6.6092E-02	2.8346E-03
MOEA/D-IEpsilon	4.2342E-01	1.9452E-04	3.6184E-02	1.8989E-02
PPS-MOEA/D	4.2356E-01	1.5399E-04	2.4971E-02	1.6936E-02

# 4. 实验研究

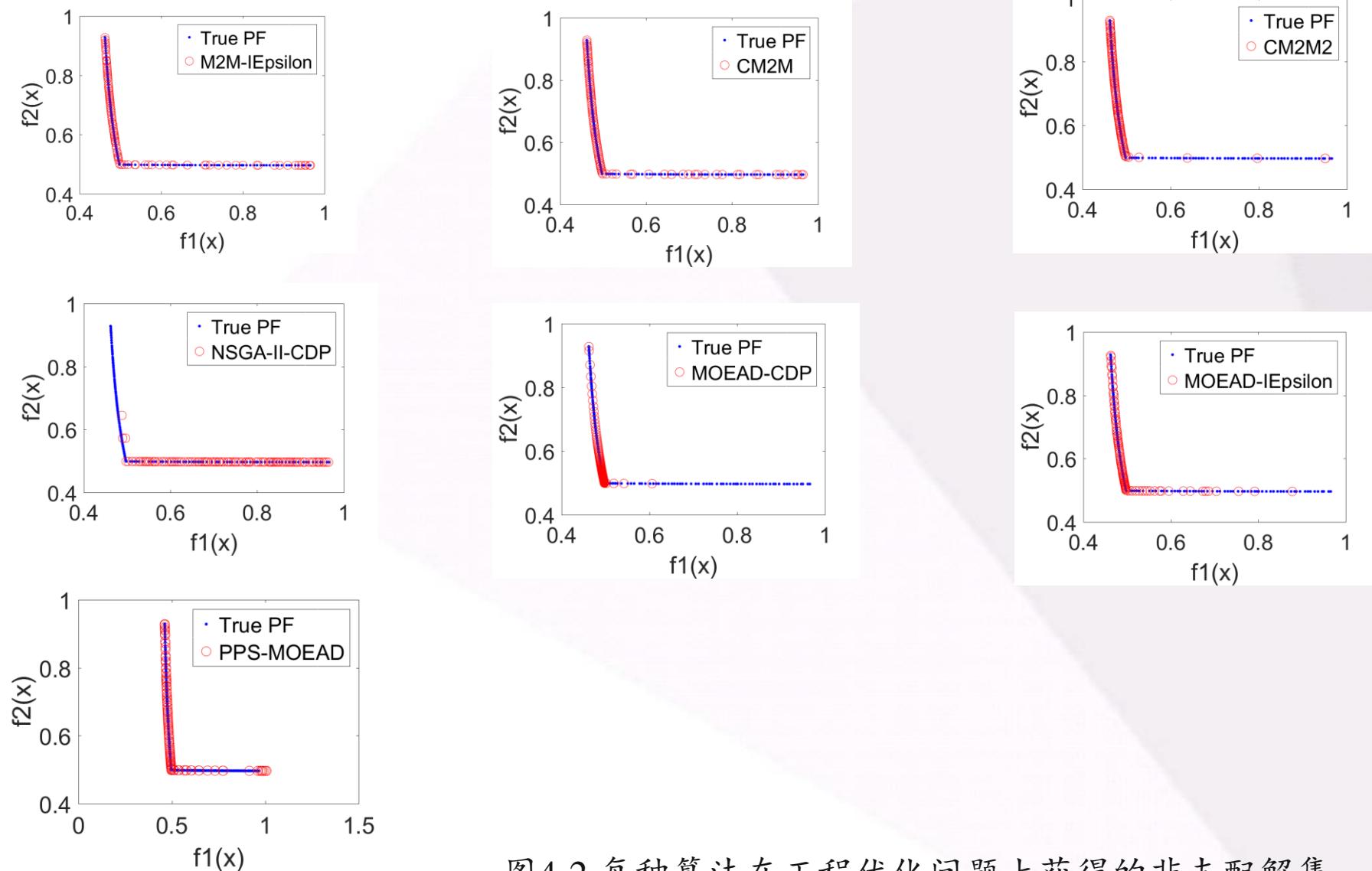


图4-2 每种算法在工程优化问题上获得的非支配解集

约束多目标  
进化算法的  
研究及应用

总结

# 5. 总结与展望

## ➤ 总结

- 提出的M2M-IEpsilon算法能帮助解决不平衡CMOPs，在可行域和不可行域之间保持良好的搜索平衡。该方法有助于提高算法在目标空间的探索以及维持算法多样性能和收敛性能。
- 为弥补现有CMOPs只单独关注目标或者约束等单一性方面的难度，设计了一组目标不平衡和约束同时具有多样性困难和收敛性困难的约束多目标测试集，即ICD-CMOPs，用于评估CMOEAs算法的性能。
- 在减速器设计问题上的实验结果表明M2M-IEpsilon算法在实际优化问题上也具有优越性。



# 5. 总结与展望

## ► 展望

- 针对不同类型的约束难度和目标函数特性，分析不同的约束处理方法和目标函数处理方法对于约束多目标进化算法的未来研究工作是非常必要的。
- 尝试将机器学习技术与M2M-IEpsilon相结合，利用机器学习的强大运算能力、数据挖掘能力，以解决具有昂贵的目标和约束函数的CMOPs。



## 5. 总结与展望

### ➤ 相关学术成果

- 1、Fan Z, **Yang Z**, Tang Y, Li W, Xu B, Wang Z, Sun F, Long Z, and Zhu G. (2021) An Improved Epsilon Method with M2M for Solving Imbalanced CMOPs with Simultaneous Convergence-Hard and Diversity-Hard Constraints. Evolutionary Multi-Criterion Optimization: 11th International Conference, EMO 2021, Springer International Publishing, 2021: 248-256.(已被推荐至期刊Complex & Intelligent Systems. SCI, IF = 3.791)
- 2、Z. Fan, Z. Wang, W. Li, Y. Yuan, Y. You, **Z. Yang**, F. Sun and J. Ruan. Push and pull search embedded in an M2M framework for solving constrained multi-objective optimization problems[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2020, 54: 100651. (SCI人工智能一区期刊, IF = 6.33)

谢谢聆听！